

課題名 (タイトル) :

レプトン異常磁気能率の QED 摂動 10 次項の数値積分値の改良

利用者氏名 : 仁尾 真紀子

所属 : 仁科加速器研究センター初田量子ハドロン物理学研究室

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

電子やミュオン粒子は、物質を構成する最も基本的な単位であるレプトンに分類される素粒子である。ともに電荷とスピンをもち、光子と電磁気的な相互作用をする。電子やミュオン粒子単体が示す外部磁場への応答は、固有の性質を示す物理量の一つ、磁気能率によって決められ、その大きさは g 因子という数で表される。

電子やミュオン粒子のような内部構造のない点粒子の場合、ディラックの相対論的な量子力学からの帰結として、 g 因子の値は $g=2$ と整数となることが知られている。ところが実際に測定してみると、 g は 2 より 0.1%ほど大きい。この g の 2 からのずれ $a=(g-2)/2$ を異常磁気能率あるいは簡単に $g-2$ と呼ぶ。

異常磁気能率の起源は、量子電磁気学 (QED) によると、電子や光子が不確定性の許す範囲内で生成消滅する量子的な揺らぎによるものと説明される。この予測のもとに、QED を計算可能な枠組みまでに構築し、実際に $g-2$ や水素原子のエネルギー準位 (ラムシフト) の値を理論計算によって求めたのが、1940 年代後半の朝永振一郎やファインマン、シュウィンガーらであった。

QED の計算結果が実験結果と一致したという成功を契機とし、QED を含めた場の量子論が素粒子を記述するための主役となった。現在の素粒子標準理論と呼ばれる量子色力学 (QCD)+電弱理論 (ワインバーグ=サラム理論) はすべてこの場の量子論に基づいている。しかし、この標準理論には任意パラメタの数が多すぎることで、実験結果から決めたパラメタの大きさに何桁もの違いがあること、そして重力の量子論を含んでいないことなどの点が問題視されて久しい。標準理論は物質と力を記述する究極の理論ではなく、その背後になんらかの理論があり、低いエネルギー領域での有効

理論であろうというのが大方の見解である。

そこで、標準理論はどこまで正しいか、そして標準理論を超える物理が可能かを探索することが、現代の基礎物理学における大きな目標となっている。これを達成するためには、2 つの研究方法がある。

一つは、スイス CERN の LHC 加速器に代表するような、巨大エネルギーを用いて極微の世界を探索する方法である。ヒッグス粒子の発見は記憶に新しいところだが、これは素粒子標準理論の最後のピースを埋めるものであった。

二つめは、物理量の測定および理論予測の精度をとともにあげ、両者の間のわずかではあるが有意な差を発見する方法である。1940 年代の電子 $g-2$ がまさにそれであり、0.1%の差から、現代物理学の礎となる量子論とは何かということの理解が進んだのである。近年では宇宙の精密観測によりもたらされる知見も、大きな役割を果たしている。

電子やミュオン粒子の $g-2$ に関する実験的および理論的な研究は、後者に属している。単一電子のイオン捕獲に成功したデーメルトらにより、電子の $g-2$ は 1/10 億の精度レベルで測定が可能になった。ハーバード大のガブリエルスらにより実験方法に画期的な改善が施され、さらに一桁高い精度の値が 2008 年および 2010 年に発表された。現在は、電子の反粒子である陽電子の $g-2$ を測定するための実験が同じグループにより進行中である。

ミュオン粒子は電子より 200 倍ちかく重く、また、電子と違い短時間で崩壊してしまうため、電子と同じ測定方法を用いることができない。ミュオン粒子の生成や $g-2$ の測定のためには大掛かりな実験設備と人的資源を必要とする。現在の実験値は米国のブルックヘブン国立研究所から 2004 年に発表されたものである。ミュオン粒子 $g-2$ はミュオン粒子の質量が電子よりも重いこと、電子に比較し

て極微の世界により敏感である。今のところ素粒子標準理論の予測と実験値の間には 3 標準偏差の差があり、これが真の差異であるかどうかが高い関心を集めている。その解決を目指して、現在では世界の 2 カ所同時に、同一テーマで実験準備が進められている。

計画の一つは米国のフェルミ研究所で、ブルックヘブンで使用したミュオン蓄積リングをそのまま転用、改良した実験である。こちらは 2017 年に最初のビーム稼働を予定している。

もう一つは、日本の J-PARC での実験だ。ミュオン粒子を一度、原子に捕獲させ、レーザー光により再分離することで、低エネルギー高精度のミュオンビームを発生させる。それにより測定誤差の軽減を実現する。理研の岩崎先端中間子研究室や、緑川レーザー物理工学研究室と高エネルギー加速器研究所など 9 カ国にわたる国際共同研究チームでの準備が進んでおり、2019 年のデータ採取を目指している。

本研究では電子およびミュオン粒子 $g-2$ へ圧倒的な主寄与を与える QED からの寄与を、正確に求めることを行う。数値計算の遂行には膨大な計算機資源を必要とし、理研での数値計算を主力とするようになってからでも、すでに 10 年以上を経ている。ただ、やみくもに精度をあげるためだけの計算を行うのではなく、実験の精度を念頭に、パイ中間子などのハドロン類からの寄与の不定性よりも QED からの不定性を小さくするという、物理的に意味のある最終ゴールを設定して、研究を遂行している。

2. 具体的な利用内容、計算方法

レプトン $g-2$ の QED からの寄与は、電磁場との相互作用を自由なレプトン粒子からの摂動相互作用として取り扱うことで計算できる。QED の摂動論は、ファインマン図と呼ぶレプトン粒子と光子の相互作用を描いた図によって、模式的に表現され、相互作用の回数によって、摂動の次数が決定される。これまでの実験の精度、さらにこれからの実験の精度を鑑みると、QED の摂動としては 10 次の項までが必要となる。摂動 6 次までの値は 1949 年のシュウィンガーの計算以来、多くの

研究者の手によって計算され、摂動 6 次までは、正しい解析解が得られている。

一方、8 次については、ようやく最近になってその半分程度のファインマン図について解析的な手法を用いた計算ができるようになった。その結果は、これまでの私たちが得た数値計算の結果とよく一致している。さらに 10 次においては、私たちの数値計算のみがその値を得る唯一の方法である。

1 個のファインマン図はファインマン規則により、運動量空間での積分としてその寄与を書き下すことができる。私たちはファインマン図を指定すると、数値積分可能な被積分関数を自動生成するコードを制作した。本研究で使用した被積分関数を与えるプログラムも自動コード生成によって作ったものである。被積分関数は運動量積分を行ったあとのファインマンパラメタで表現されており、摂動 10 次では 9 から 13 次元の多次元積分となる。多次元数値積分の実行は次元の呪いを受けるため大変に難しい。多くのアルゴリズムを自ら試し、他のアルゴリズム開発者からも提案を受けて試してみた。しかし、いままでのところ正確に評価を出せるものはモンテカルロ積分の VEGAS のみで、これをもっぱら使用している。

本年度の上期は、これまでのコンピュータシステム RICC に加えて、アーキテクチャの異なる HOKUSAI-GW-MPC (FX100) の稼働が開始された。そこで本年度は RICC においては従来の数値計算を継続して行い、積分値の正確さの検証と同時に誤差の縮小を目指した。一方、FX100 においては、RICC のプログラムを移植し、まずは、RICC での計算結果を再現できるかどうかのシステム移項検証から開始し、計算の高速化チューニングを実施した。HOKUSAI の試行期間中に FX100 のチューニングが完了せず、FX100 での正確な使用計画を算定できなかったため、上期のみでチューニング用のコア時間を申請した。

3. 結果

RICC においては、従来通り、偽 4 倍精度実数ライブラリを用いた数値積分計算を実行した。ターゲットとしている積分は 10 次摂動のうちの 254 個で、そのうち特に計算の難しいものを中心

に精度の改良を行った。

FX100 においては、システム移項検証を無事にパスし、チューニングを開始した。倍精度実数計算と、偽 4 倍精度実数計算を用いた計算の双方において、チューニングを行った。QED g-2 の計算は年単位で実行する計算であるので、たとえ数%であっても高速化が実現できれば、その恩恵は非常に大きい。

チューニングの最大の障壁となったのは、システム障害である。同じ実行ファイルを同一条件で何度も計算させると、実行時間が最短 2 分 5 8 秒から最長 7 分 1 8 秒までランダムに揺らぐことが 7 月中旬に判明した。本来、数秒以内の差異で同じ実行時間になるはずのものである。

情報基盤センターに問い合わせ、調べてもらったところ、ノード間通信の TOFU ネットワークのリンクに一部障害があり、たまたまそのリンクを通信経路に選んだ場合に通信時間が極端に長くなり、長い実行時間になるとの回答を得た。システムとして通信経路を指定して障害を回避することは、特別利用の占有利用以外ではできないということであった。8 月 4 日と 5 日の保守点検によるリンクの交換、ファームウェアおよびドライバの更新により、ようやく実行時間のばらつきはなくなり、試行回数 20 回ですべて 4 秒以内の差に収まるようになったとの最終報告を受けた。

つまり、8 月の保守点検以前の高速度化テストの結果はすべて信用できずデータを廃棄することとなり、改めてチューニング条件探査を行った。

私どもの多次元数値積分においては、RICC においても FX100 においても、チューニングの肝は同じで、SIMD 機構の有効活用、とりわけ階層性のあるメモリとその間のデータ転送時間の短縮化である。具体的には、最短の計算時間を実現する、最内側のループの回転数を決定することである。10 次摂動の 12 次元積分 X024 での結果を、倍精度の場合を表 1、偽 4 倍精度の場合を表 2 に示す。

同じ摂動 10 次の計算であれば、データメモリの使用量は計測に使用した積分 X024 と同じ、演算命令の数もオーダーとしては同じであり、表 1 と 2 の結果は他の積分においても有効である。な

お、9 月初めで FX100 での配分コア時間をすべて使用したので、残り改めて簡易利用を申請し、チューニングを実行した。

表 1: FX100 における SIMD 化計算の効率測定。10 次の 12 次元積分 X024 を倍精度実数を用いて積分ルーティン VEGAS にて評価した。統計数は 10^8 点、繰り返し 1 回。コア数は 256 コア。再内側ループ回転数と実実行時間の依存性を SIMD 化、非 SIMD 化の両者で示す。

ループ回転数	実行時間 SIMD on	実行時間 SIMD off
16	11.2 min	--
32	14.2 min	5.57 min
64	19.9 min	3.34 min
100	1.90 min	2.51 min
128	1.60 min	2.35 min
200	1.18 min	1.96 min
250	1.41 min	1.83 min
256	1.64 min	3.68 min
512	2.86 min	10.17 min
1024	6.49 min	--

表 2: FX100 における偽 4 倍精度実数計算の測定。10 次の 12 次元積分 X024 を偽 4 倍精度実数ライブラリを用いて積分ルーティン VEGAS にて評価した。統計数は 10^8 点、繰り返し 1 回。コア数は 256 コア。再内側ループ回転数と実実行時間の依存性を示す。すべて SIMD を使用。

回転数	実行時間	回転数	実行時間	回転数	実行時間
8	54.8 min	64	59.5 min	1000	36.8 min
16	46.0 min	128	45.4 min	1024	35.1 min
20	44.1 min	200	44.4 min	2000	40.6 min
32	38.8 min	256	44.7 min		
40	72.3 min	500	37.8 min		
50	65.3 min	512	38.6 min		

4. まとめ

QED 摂動 10 次の寄与を求めるために数値積分計算を使用した研究を行った。

RICC においては、従来の積分計算を継続して

実行し、不確定性の改良を実現した。

FX100 においては、チューニングを徹底し、高速化の条件を洗い出した。その条件で数日をかけて、254 個の積分を FX100 にコンパイルし、大規模の生産的計算の準備を行った。

5. 今後の計画・展望

FX100 での生産的な計算を開始し、数年以内に最終目標のハドロンの寄与の不確定性以下、つまり現状の半分にすることを目指す。これにより、電子 $g-2$ 、ミューオン $g-2$ の双方に関して、進行中の実験の結果が出るまでに、理論予測値を改良することが期待できる。

平成 27 年度 利用研究成果リスト

【国際会議、学会などでの口頭発表】

“Status of QED contributions to lepton $g-2$ ”, Makiko Nio,
 $g-2/EDM$ 10th collaboration meeting, J-PARC, Toukai, June 25, 2015.