物理モデルの基礎と選択法

東京理科大学
山本　誠

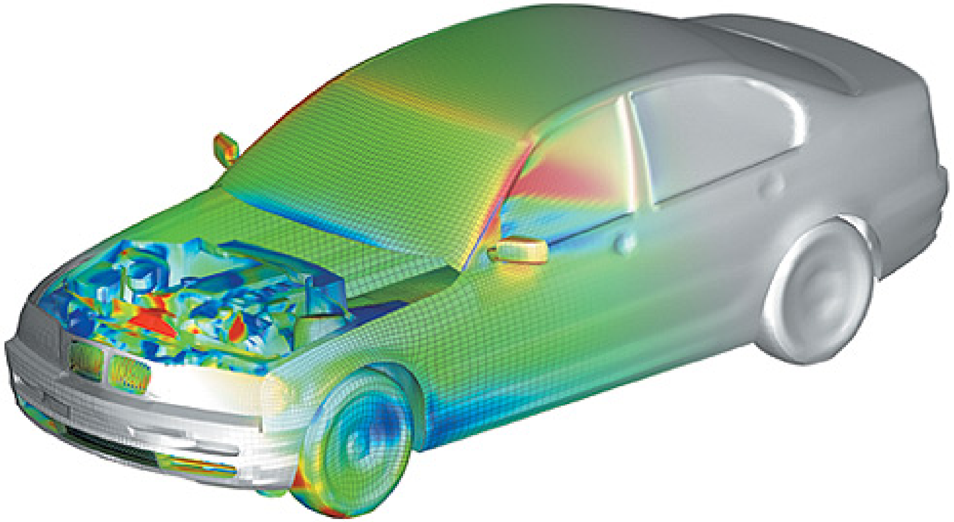
目次

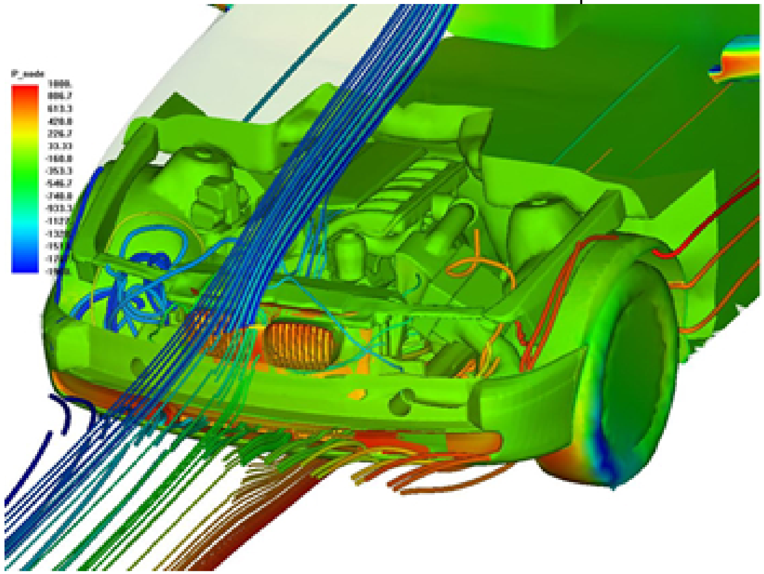
1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

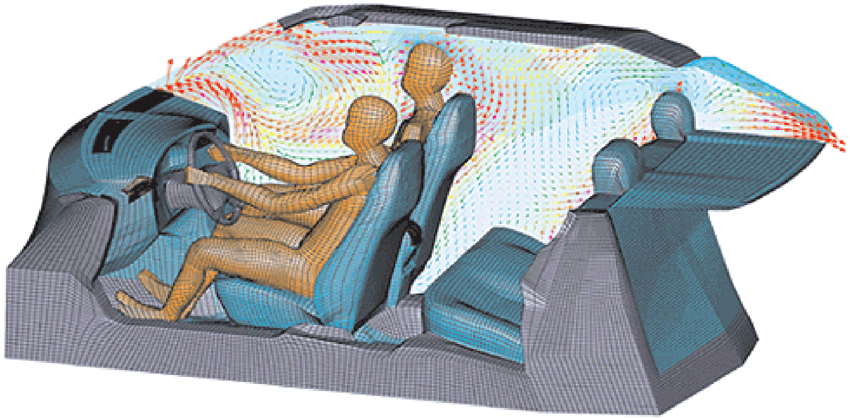
目次

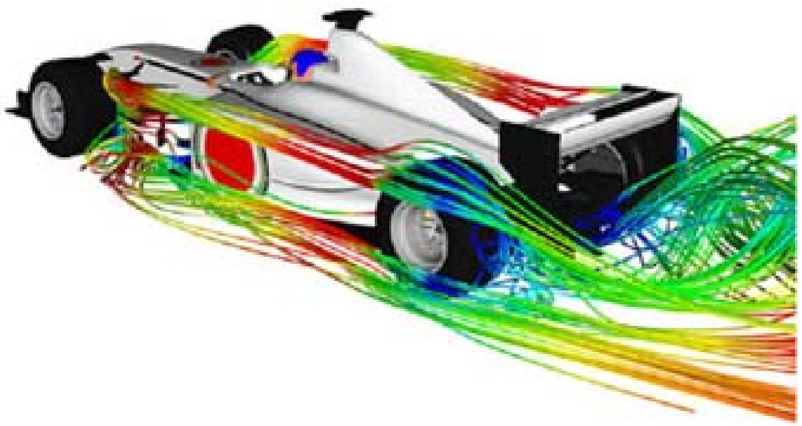
1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

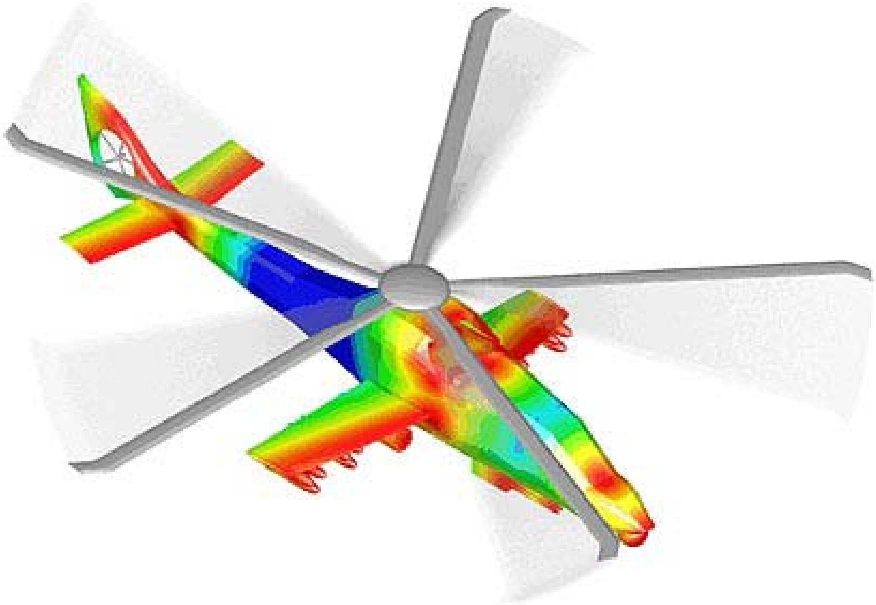
CFDの適用事例
―Many thanks to soft venders―

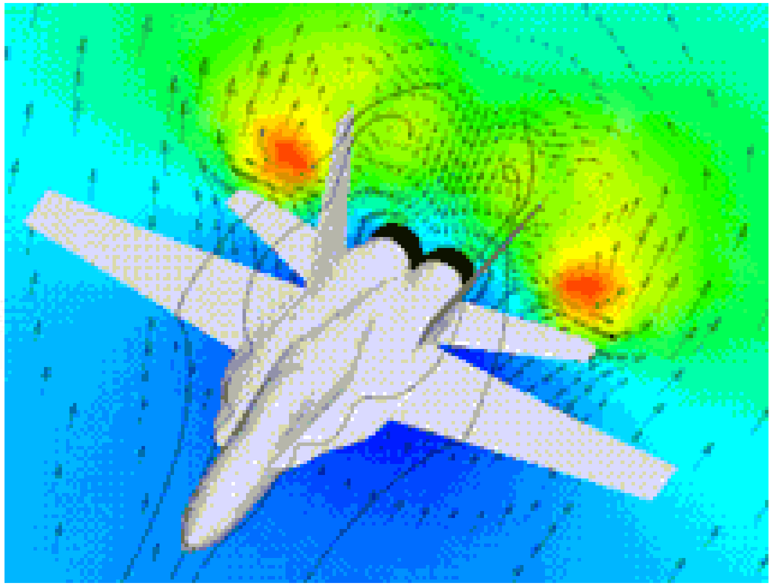


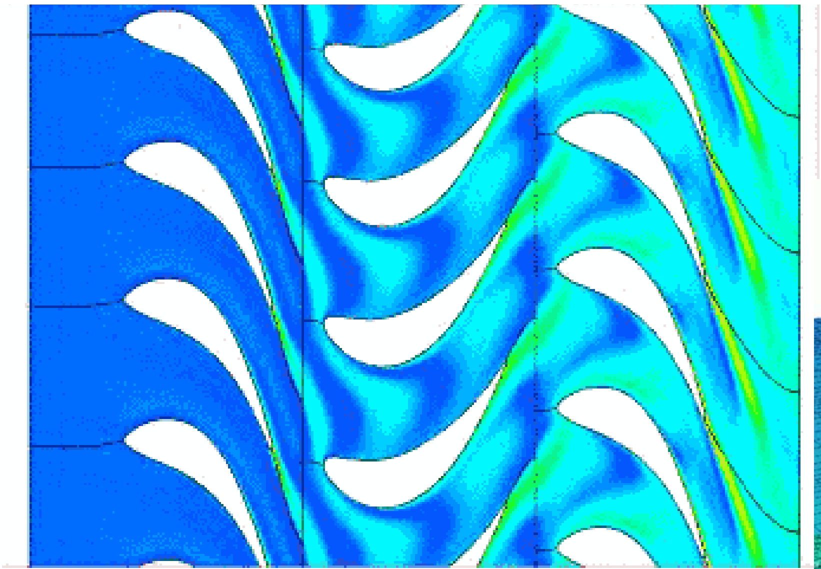


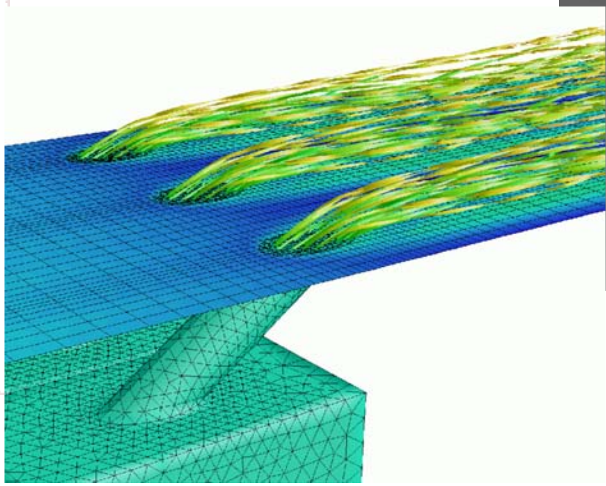


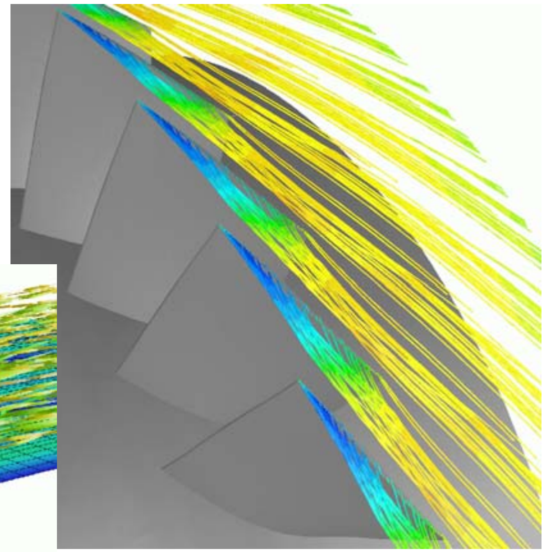


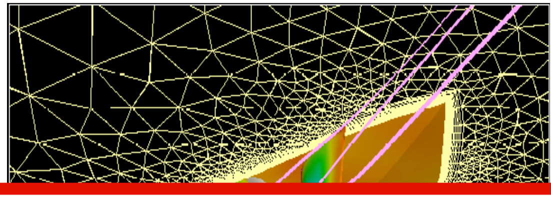


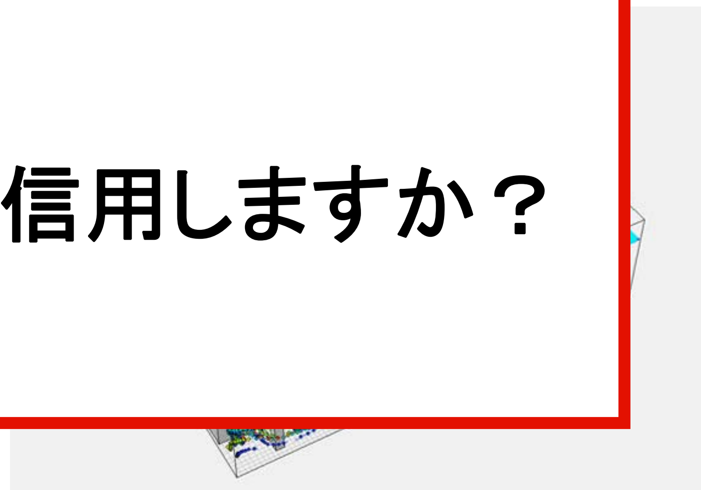




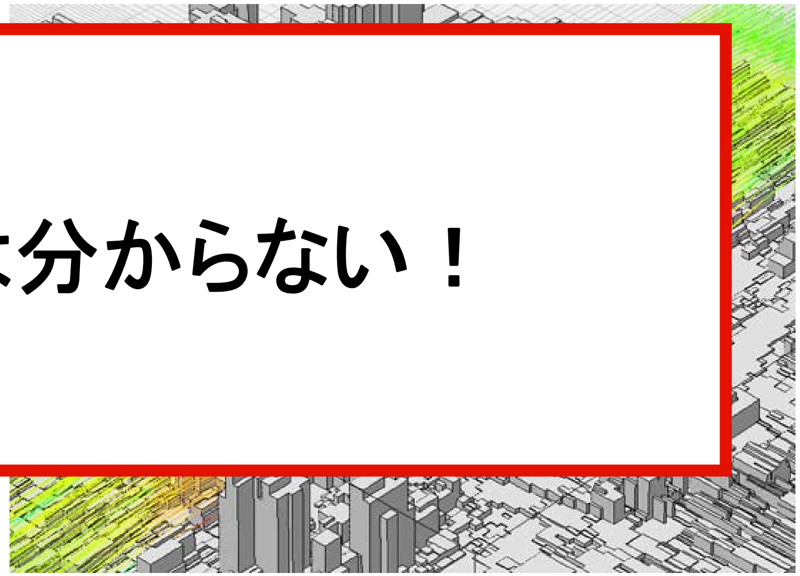








皆さんは、これらのCFDを信用しますか？



正解：　絵だけでは分からない！

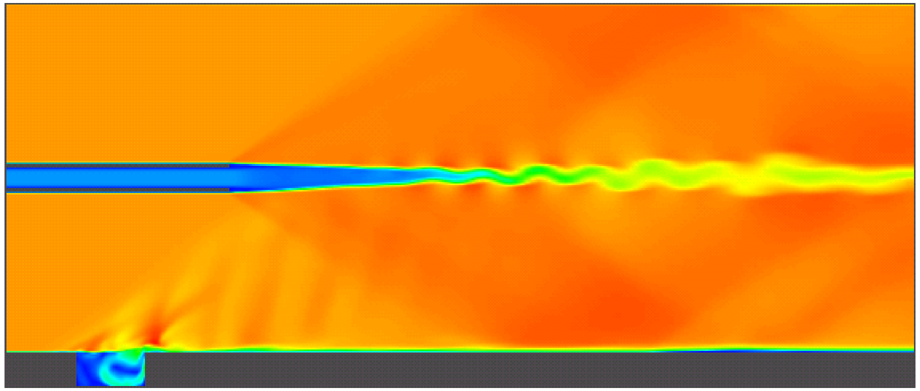
CFDの結果に影響する因子

- 支配方程式
- 計算アルゴリズム
- 離散化スキーム
- 計算格子
- 物理モデル
- 境界条件
- 初期条件
- その他

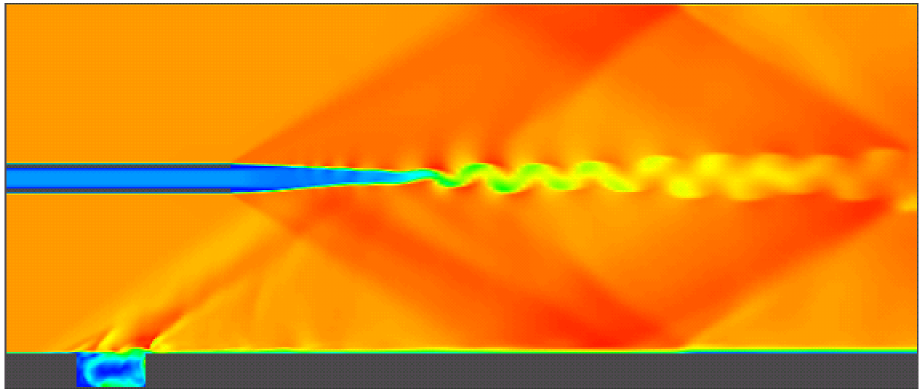
↓

◆ 結果の“質”と“精度”に影響
◆ すべてを正しく選択・設定しないと正しい解が得られない

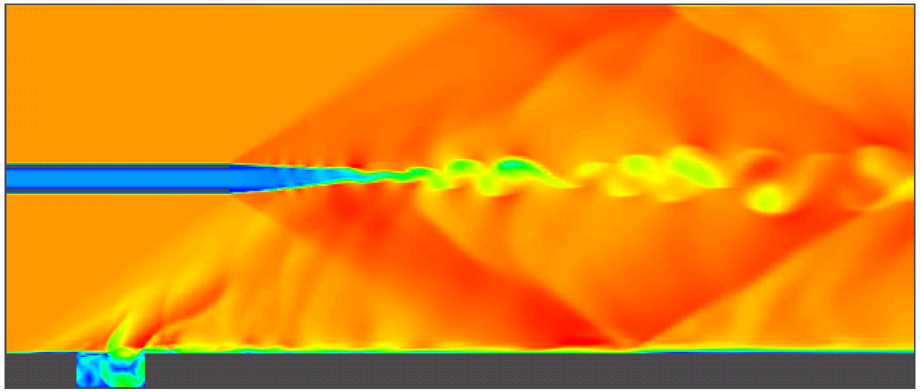
非粘性項スキームの効果



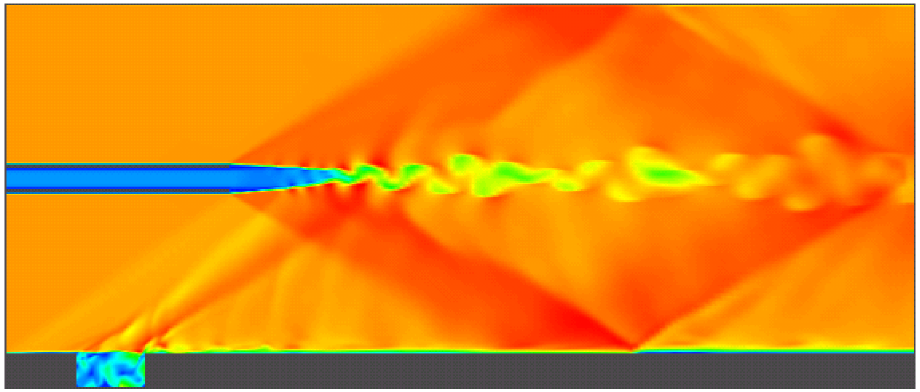
(a) 2-order accuracy TVD scheme



(b) 3-order accuracy TVD scheme



(c) 4-order accuracy TVD scheme



(d) 4-order accuracy Modified scheme

Mach Number Contours

CFDの結果に影響する因子

- 支配方程式
- 計算アルゴリズム
- 離散化スキーム
- 計算格子
- 物理モデル
- 境界条件
- 初期条件
- その他

⇓

- ◆結果に対する影響力が大
- ◆私の話は、この中から、物理モデルに注目

目次

1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

物理モデルとは？

- 物理モデル：物理現象を数式として表現したもの

- 支配方程式は物理モデルの一種
  Navier･Stokes方程式、Maxwel方程式、etc

- 一般に、支配方程式を完結させるために導入される代数式や輸送方程式のこと
  乱流モデル、燃焼モデル、反応モデル、
  粒子モデル、気泡モデル、分裂モデル、etc

- CFDの結果に強く影響する ⇒ 質＆精度

目次

1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

単相流

- 単相流で重要な物理モデルは乱流モデル
- ナビエ･ストークス方程式の直接数値計算（DNS）

⇩

膨大な計算時間＆メモリーが必要（非実用的）

⇩

NS方程式を平均化（時間、空間、etc）

⇩

式中に変動の相関項が出現 （例：Re応力）

- 乱流モデル：平均化したNS方程式で乱流中の乱れの効果を表現

乱流の数値計算法

- RANS　Re平均モデル（k-εモデル、SAモデル、etc）
- URANS　RANSのまま非定常計算
- TRANS　定常＋周期＋ランダム（RANS）成分に分解
- CANS　RANSの渦粘性を調整（低減）
- LES　SGSモデルによる渦粘性のみ（Smagorinsky）
- VLES　計算スキームの人工粘性＋SGSモデル
- RANS/LES Hybrid　壁近傍でRANS＋壁遠方でLES
- DES　壁近傍でRANS＋壁遠方でLES（滑らかにSW）
- SAS　乱れに応じてSGS/RANSをスイッチ
- MILES　計算スキームの陰的な人工粘性のみ（圧縮性）
- QDNS　計算スキームの陰的な人工粘性のみ
- DNS　厳密（すべての人工粘性排除）
- Others　離散渦法，格子ボルツマン法，etc

RANS/LES/DESの違い

- **RANS**　Re平均（時間平均）モデル
  時間平均のため定常流向き
  本質的に非定常であるはく離は苦手
- **LES**　空間平均モデル
  局所的な平均のため非定常流もOK
  常に3次元非定常計算が必要
  計算時間はRANSの10～100倍
- **DES**　壁近傍でRANS＋壁遠方でLES
  計算時間の点で実用的

RANS/LES/DESの違い

- **RANS**　Re平均(時間平均)モデル
  時間平均のため定常流向き
  本質的に非定常であるはく離は苦手
- **LES**　空間平均モデル
  局所的な平均のため非定常流もOK
  常に3次元非定常計算が必要
  計算時間はRANSの10～100倍
- **DES**　壁近傍でRANS＋壁遠方でLES
  計算時間の点で実用的

RANS
（Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation）

- レイノルズ平均（時間平均）

$$\overline{f} = \frac{1}{T}\int fdt$$

- レイノルズ平均ナビエ･ストークス方程式

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}$$

時間変化　対流　圧力勾配　粘性拡散　乱流拡散

- 乱流拡散のモデル化が必要 ⇒ RANSモデル

RANSモデルの分類

- RANSモデル
  - 渦粘性モデル
    （等方／非等方）
    - 0方程式モデル
      混合長，Baldwin-Lomax
    - 1方程式モデル
      Johnson-King，Spalart-Allmaras，Baldwin-Barth
    - 2方程式モデル
      k-ε，k-ω，k-l，k-τ，SST
  - 応力方程式モデル
    LRR，Gibson-Launder，SSG，Shima

※それぞれ高Re／低Re型モデルがある
　また、代数応力方程式モデル、3方程式モデル等の中間的モデルもある

RANSモデルの分類

- RANSモデル
  - 渦粘性モデル
    （等方／非等方）
    - 0方程式モデル
      混合長, Baldwin-Lomax
    - 1方程式モデル
      Johnson-King, Spalart-Allmaras, Baldwin-Barth
    - 2方程式モデル
      k-ε, k-ω, k-l, k-τ, SST
  - 応力方程式モデル
    LRR, Gibson-Launder, SSG, Shima

※それぞれ高Re／低Re型モデルがある
　また、代数応力方程式モデル、3方程式モデル等の中間的モデルもある

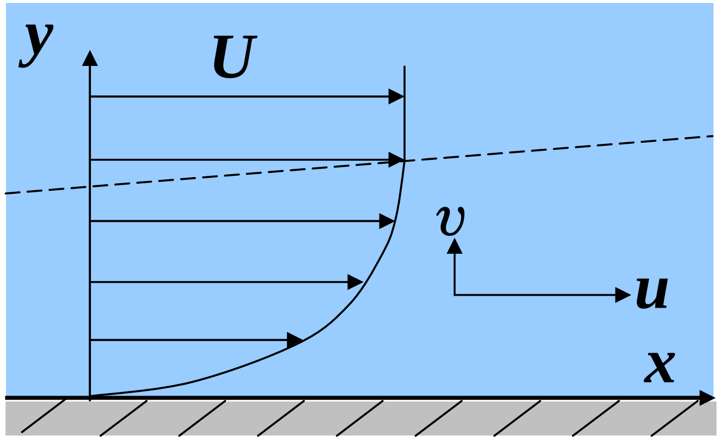
渦粘性

- ブシネスク近似 ーレイノルズ応力と平均速度の関係

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

ニュートンの摩擦則からの類推 $\tau = \nu \dfrac{du}{dy}$

- 基本的に、卓越した速度勾配が存在する場合のみ有効



付着境界層

$$\frac{\partial u}{\partial y} >> \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial \upsilon}{\partial x}, \quad \frac{\partial \upsilon}{\partial y}$$

k- ε モデル

$$\frac{\partial k}{\partial t}+U_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=P_k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\}-\varepsilon-D$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+U_j\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=C_{\varepsilon 1}f_1\frac{\varepsilon}{k}P_k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\}-C_{\varepsilon 2}f_2\frac{\varepsilon^2}{k}-E$$

$$P_k=-\overline{u_iu_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$\overline{u_iu_j}=-\nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)+\frac{2}{3}k\delta_{ij}\qquad \nu_t=C_\mu f_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}$$

- はく離，旋回流，流線曲率，第2種2次流れなどは苦手
- 安定性と計算時間の短さから設計・解析計算の主流
- 定常乱流のフローパターンを把握するには最適

高Re数型標準*k*-ε モデル

- **Launder-Spalding（1974）**
- **モデル定数＆関数**

$$\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad C_\mu = 0.09$$

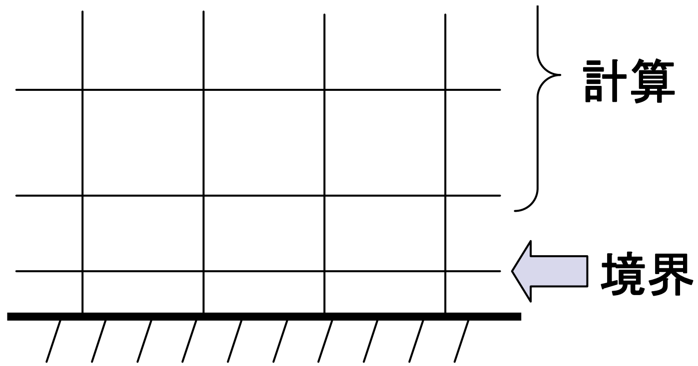
$$f_1 = 1.0 \quad f_2 = 1.0 \quad f_\mu = 1.0 \quad D = 0.0 \quad E = 0.0$$

- **壁関数⇒壁面第1格子点に境界条件　　格子数削減！**

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \qquad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y} \qquad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$$

$$U = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln\left(E y^+\right) \qquad \left(y^+ > 11.6\right)$$

$$\kappa = 0.41 \qquad E = 9.0$$



低Re数型標準k-ε モデル

- Launder-Sharma（1972）
- 壁関数は発達した付着境界層の近似式⇒適用範囲狭い
- 壁面まで解くためには、低Re数効果を考慮する必要あり

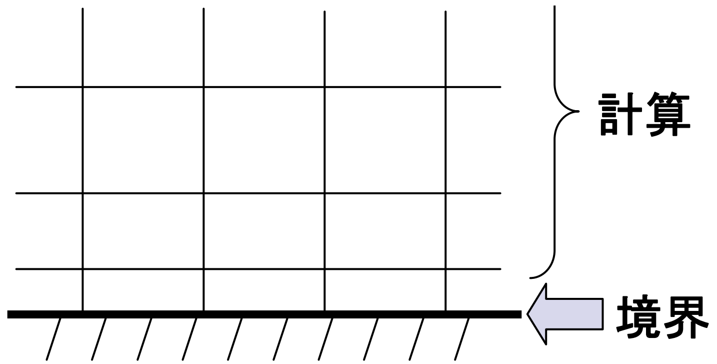
⇒　モデル定数に補正関数・項を導入

- モデル定数＆関数

$$\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad C_\mu = 0.09$$

$$f_1 = 1.0 \quad f_2 = 1.0 - 0.3\exp\left(-R_t^2\right)$$

$$f_\mu = \exp\left(\frac{-3.4}{\left(1 + \frac{R_t}{50}\right)^2}\right) \qquad R_t = \frac{k^2}{\nu\varepsilon}$$



RNG *k*- ε モデル

- Yakohot-Orszag（1986）
- 繰り込み群理論に基づくモデル　一量子論の流用
- モデル定数が理論的に決定

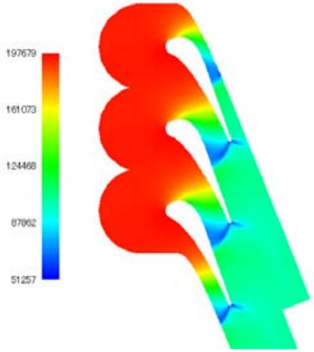
  ⇒　標準モデルより拡散性の弱い定数
- モデル定数＆関数

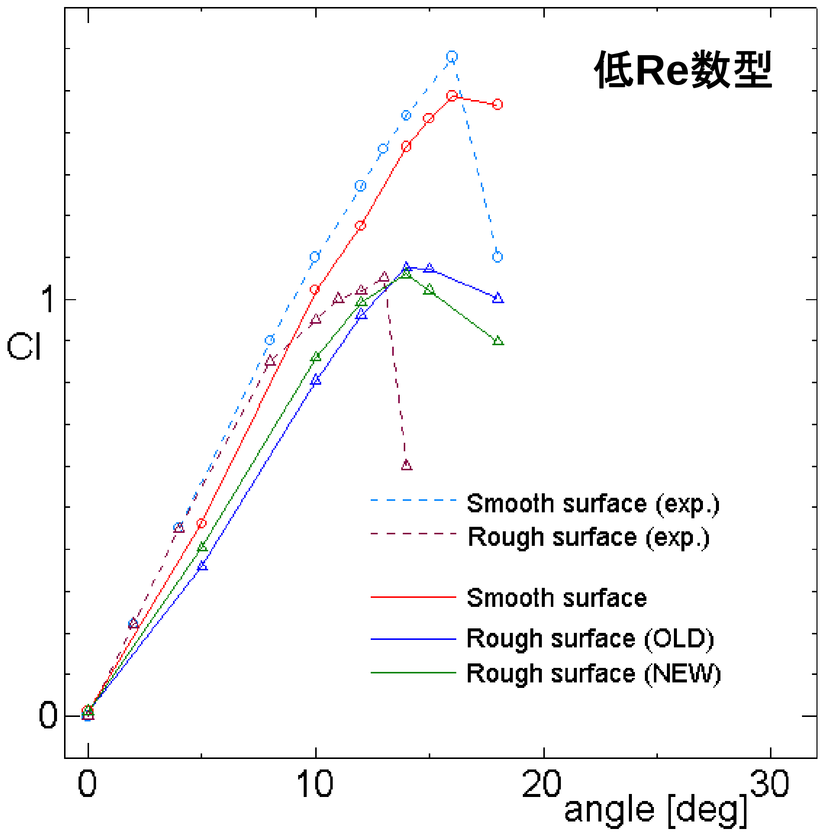
$$\sigma_k = \sigma_\varepsilon = 1/1.39 \qquad C_{\varepsilon 1} = 1.42 \qquad C_{\varepsilon 2} = 1.68 \qquad C_\mu = 0.085$$

$$f_1 = 1.0 \qquad f_2 = 1.0 \qquad f_\mu = 1.0 \qquad D = 0.0 \qquad E = 0.0$$

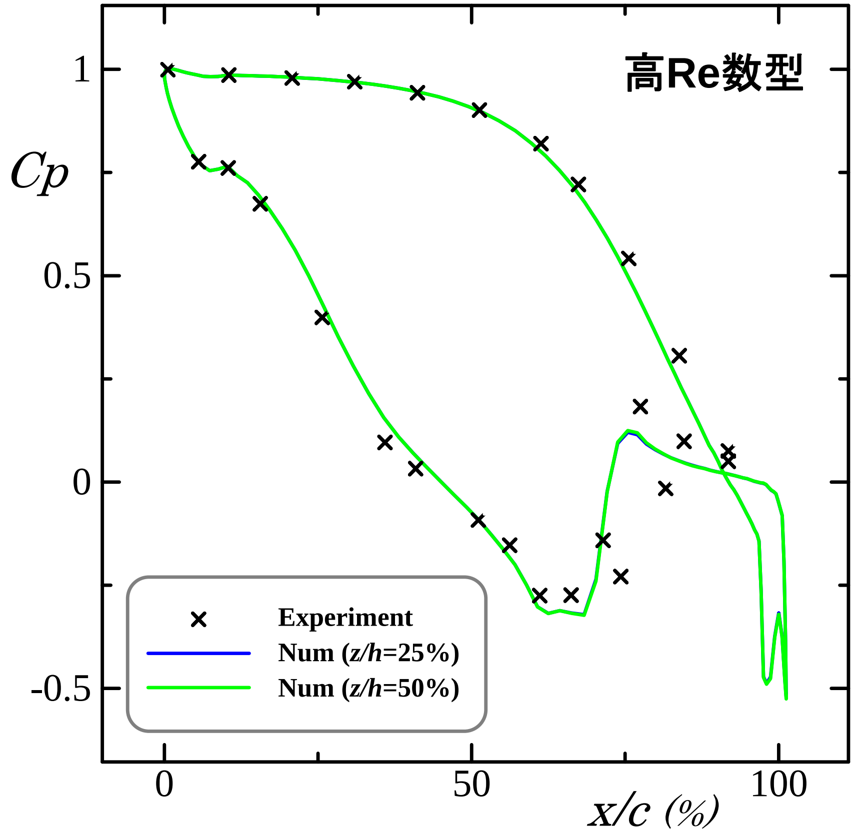
- はく離を標準モデルより良好に予測可能

k- ε モデルの計算例





Lift Coefficient of Smooth/Rough Airfoil (NACA0012)



Static Pressure Coefficient of Gas Turbine Stator Vane

その他の渦粘性モデル（Baldwin-Lomaxモデル）

- 0方程式モデル　ー代数式のみ使用
- モデル式　ー境界層の内層／外層を分けてモデル化

$$(\mu_t)_{inner} = \bar{\rho} l^2 |\omega|$$

$$(\mu_t)_{outer} = \bar{\rho} K C_{CP} F_{WAKE} F_{Kleb}(y)$$

$$\mu_t = \min\left[(\mu_t)_{inner},\ (\mu_t)_{outer}\right]$$

- 輸送方程式を解かないため、計算時間が短い
- 付着境界層なら良好に予測可能
- 圧縮性乱流、特に大規模計算で現在でも使用
- ただし、はく離は過小に予測

その他の渦粘性モデル（Spalart-Allmarasモデル）

- 1方程式モデル　ー渦動粘性の輸送方程式のみ使用
- モデル輸送方程式

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\nu}\tilde{u}_j}{\partial x_j} = C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{(\nu + \tilde{\nu})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right\} + C_{b2}\left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right]$$

$$-\left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2} f_{t2}\right)\left(\frac{\tilde{\nu}}{y}\right)^2 + f_{t1}\Delta U^2$$

- 乱れの物理過程をすべて含むー*k*-ε と同じポテンシャル
- 遷移に対する配慮もなされている
- 衝撃波/境界層干渉、翼胴干渉などでは*k*-ε より良好
- ただし、はく離は過大に予測

その他の渦粘性モデル（SSTモデル，Menter，1994）

- 2方程式モデル
- 壁からの距離を用いて*k*-εと*k*-ωをスイッチ
- モデル輸送方程式

$$\frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} k \tilde{u}_j}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\bar{\mu} + \sigma_k \mu_t \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right\}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \omega}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \omega \tilde{u}_j}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\nu_t} \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \beta \bar{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\bar{\mu} + \sigma_\omega \mu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right\}$$

$$+ 2\bar{\rho} \left(1 - F_1 \right) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}$$

- *F1*=1のとき*k*-ω，*F1*=0のときに*k*-εに帰着
- 渦粘性モデルとしては高レベルの予測精度

RANSモデルの分類

- RANSモデル
  - 渦粘性モデル
    （等方／非等方）
    - 0方程式モデル
      混合長, Baldwin-Lomax
    - 1方程式モデル
      Johnson-King, Spalart-Allmaras, Baldwin-Barth
    - 2方程式モデル
      k-ε, k-ω, k-l, k-τ, SST
  - 応力方程式モデル
    LRR, Gibson-Launder, SSG, Shima

※それぞれ高Re／低Re型モデルがある
　また、代数応力方程式モデル、3方程式モデル等の中間的モデルもある

応力方程式モデル

- 渦粘性は用いず、Re応力の輸送方程式を直接解く
- Re応力の生産項が厳密に取り扱われる点、圧力歪相関項（再分配項）によりRe応力間のエネルギー輸送が考慮される点でより実現象に近い
- Re応力輸送方程式

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_l \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} = P_{ij} - \varepsilon_{ij} + D_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_l^2} + \phi_{ij}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_l \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} = P_\varepsilon - \varepsilon_\varepsilon + D_{\varepsilon ij} + \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_l^2}$$

- 旋回流、流線曲率、第2種2次流れ、衝突流、壁面噴流、比較的低振動数の非定常流等で渦粘性モデルより良好

高Re数型標準応力方程式モデル

- **Gibson-Launderモデル（1978）**
- **Re圧力歪相関項**

$$\phi_{ij} = \phi_{(1)ij} + \phi_{(2)ij} + \phi_{(w1)ij} + \phi_{(w2)ij}$$

$$\phi_{(1)ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}\right) \qquad \phi_{(2)ij} = -C_2\left(P_{ij} - \frac{2}{3}P\delta_{ij}\right)$$

$$\phi_{(w1)ij} = C_1' \frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u_l u_m} n_l n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2}\overline{u_i u_l} n_j n_l - \frac{3}{2}\overline{u_j u_l} n_i n_l\right) f_w$$

$$\phi_{(w2)ij} = C_2'\left(\phi_{(2)lm} n_l n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2}\phi_{(2)il} n_j n_l - \frac{3}{2}\phi_{(2)jl} n_i n_l\right) f_w$$

- **壁関数**

$$U = \frac{u_\tau}{\kappa}\ln\left(Ey^+\right) \qquad \overline{uv} = -u_\tau^2 - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}y \qquad \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\kappa y}$$

$$\overline{u^2} = -5.1\overline{uv} \qquad \overline{v^2} = -0.9\overline{uv} \qquad \overline{w^2} = -2.3\overline{uv}$$

高Re数型応力方程式モデル

- **Speziale-Sarkar-Gatski（SSG）モデル（1991）**
- Re圧力歪相関項

$$\phi_{ij} = \phi_{(1)ij} + \phi_{(2)ij}$$

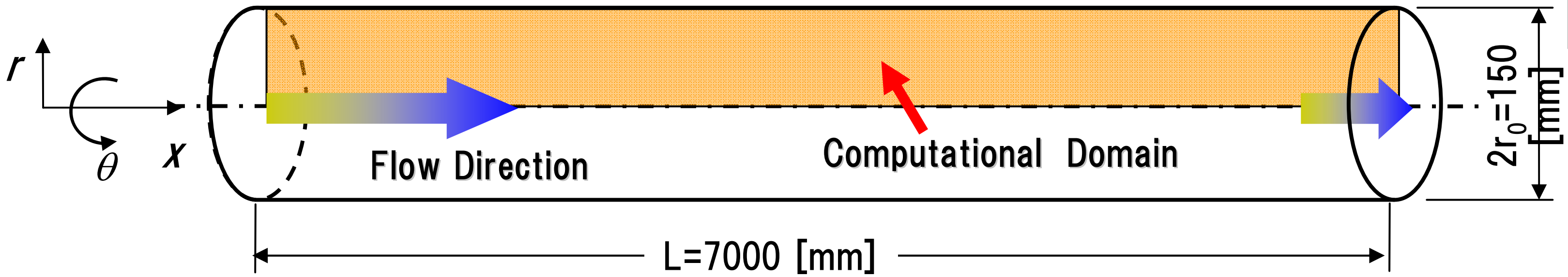
$$\phi_{(1)ij} = -\varepsilon\left[C_1 a_{ij} + C_1^{'}\left(a_{ij}a_{jk} - \frac{1}{3} a_{kl}a_{kl}\delta_{ij} \right)\right]$$

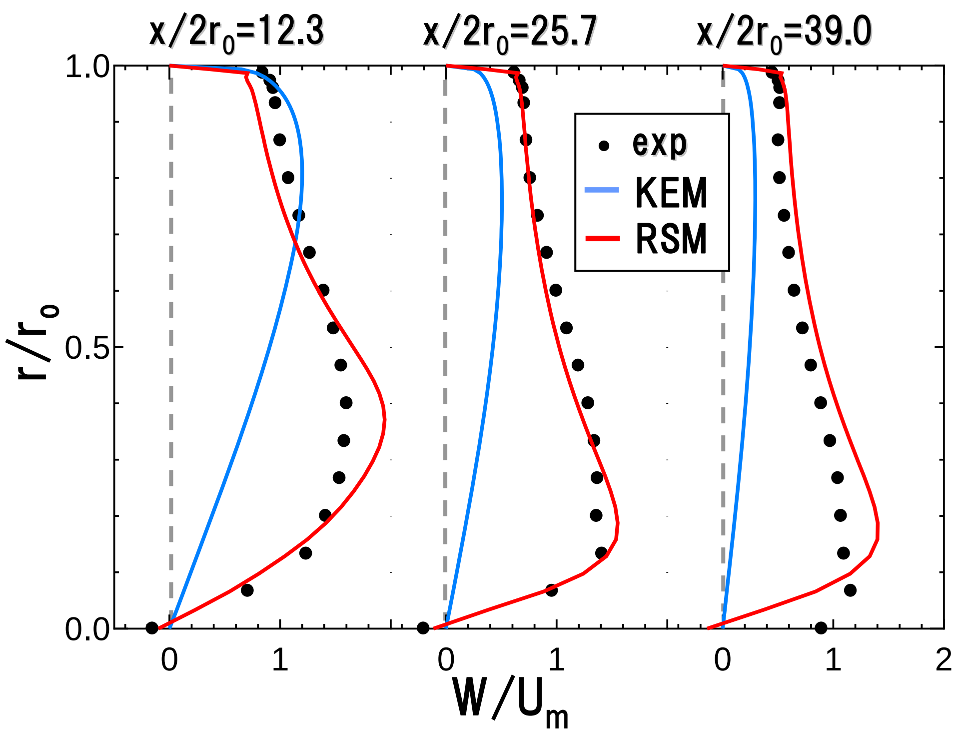
$$\phi_{(2)ij} = C_2 P a_{ij} + C_3 k S_{ij}$$

$$+ C_4 k\left(a_{ik}S_{jk} + a_{jk}S_{ik} - \frac{2}{3} a_{kl}S_{kl}\delta_{ij} \right) + C_5 k\left(a_{ik}\Omega_{jk} + a_{jk}\Omega_{ik} \right)$$

- RDTや実現性条件を満たし、さらに壁面からの距離を必要としないため、実用性が高いモデル

応力方程式モデルの計算例





Tangential Velocity Profiles

直円管内旋回乱流

実験：

鬼頭，他３名，機論B編，

56巻527号，(1990)

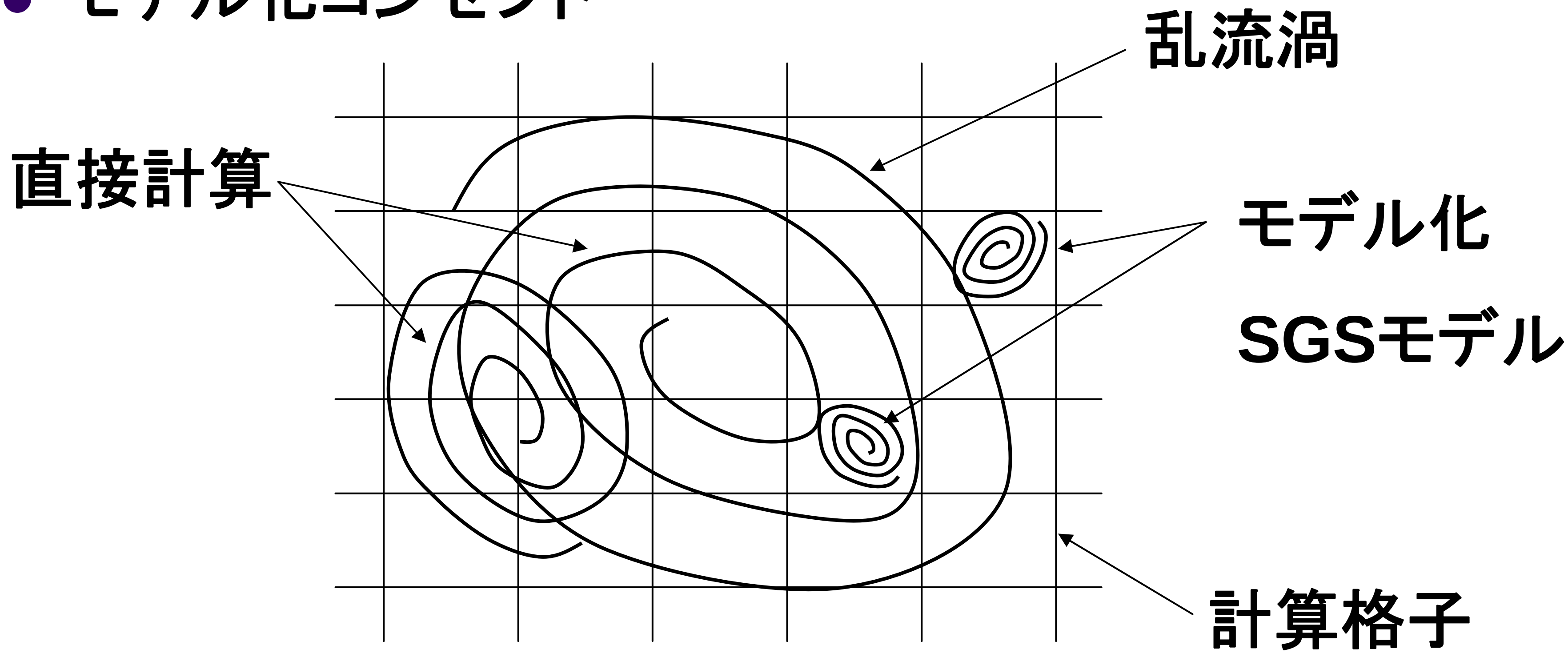
pp.1934-1942

RANS/LES/DESの違い

- RANS　Re平均（時間平均）モデル
  時間平均のため定常流向き
  本質的に非定常であるはく離は苦手
- LES　空間平均モデル
  局所的な平均のため非定常流もOK
  常に3次元非定常計算が必要
  計算時間はRANSの10～100倍
- DES　壁近傍でRANS＋壁遠方でLES
  計算時間の点で実用的

Large Eddy Simulation（LES）

- 空間平均モデル　ーフィルタリング
- モデル化コンセプト



- 大スケール渦の計算スキームとSGSモデルが重要

Large Eddy Simulation（LES）

- 支配方程式　－NS方程式のフィルタ操作

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \underbrace{\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}}_{\text{SGS応力}}$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i}\,\overline{u_j} = \underbrace{L_{ij}}_{\text{レオナード項}} + \underbrace{C_{ij}}_{\text{クロス項}} + \underbrace{R_{ij}}_{\text{レイノルズ項}}$$

- 形式的にはRANSと同形の方程式
- SGS応力をどのようなSGSモデルで表現するかが鍵

Large Eddy Simulation（LES）
Smagorinskyモデル（1963）

- LESの標準モデル
- RANSの混合長モデルを流用
- 長さスケールは計算格子から決定　$\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$
- レイノルズ項のみをモデル化（$\boldsymbol{L_{ij}+C_{ij}=0}$）

$$\tau_{ij} = R_{ij} = -2\nu_{SGS} S_{ij}$$

$$\nu_{SGS} = (C_S f \Delta)^2 \left| \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \right| \qquad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

- 壁近傍で乱れを弱めるため、減衰関数を導入

$$f = 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{25} \right)$$

Large Eddy Simulation（LES）Smagorinskyモデルの特徴

- RANSが苦手とする大規模なはく離，自由せん断層などを含む**非定常乱流での優位性が明らかに**なっている
- Smagorinsky定数は流れによって最適値が異なる

  理論値：0.17　　壁乱流：0.1～0.15

- どのような問題でも3次元非定常計算が必要
- 計算時間がかかる（RANSの10～100倍）
- 解の格子依存性が顕著
- 壁近傍に高解像度の計算格子が必要（ストリークの再現）

Large Eddy Simulation（LES）
動的Smagorinskyモデル（1991）

- Grid-Scale成分に第2のフィルタ（Test Filter）を作用
- GS成分とTF成分の流れ状態を用い、Smagorinsky定数を自動決定

$$C = -\frac{\lambda_{mn} M_{mn}}{2\Delta^2 M_{ij}^2}$$

$$\lambda_{ij} = \overline{U_i U_j} - \overline{U}_i \overline{U}_j \qquad M_{ij} = \alpha^2 \left|\overline{S}\right| \overline{S}_{ij} - \overline{\left|S\right| S_{ij}} \qquad \alpha = \frac{\overline{\Delta}}{\Delta}$$

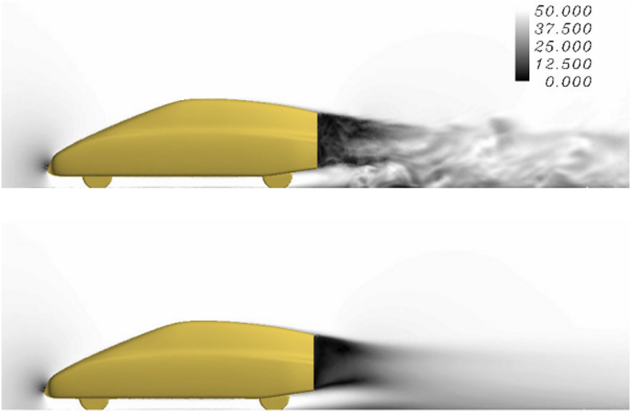
Germano Identity **フィルター幅の比**

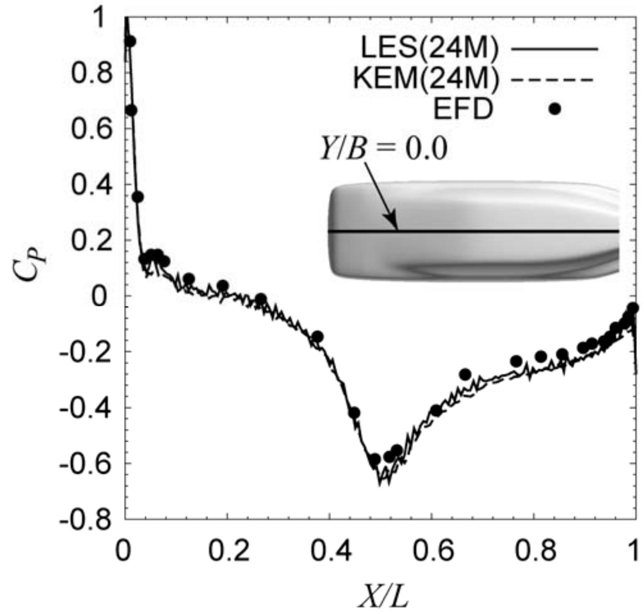
Large Eddy Simulation（LES）
動的Smagorinskyモデルの特徴

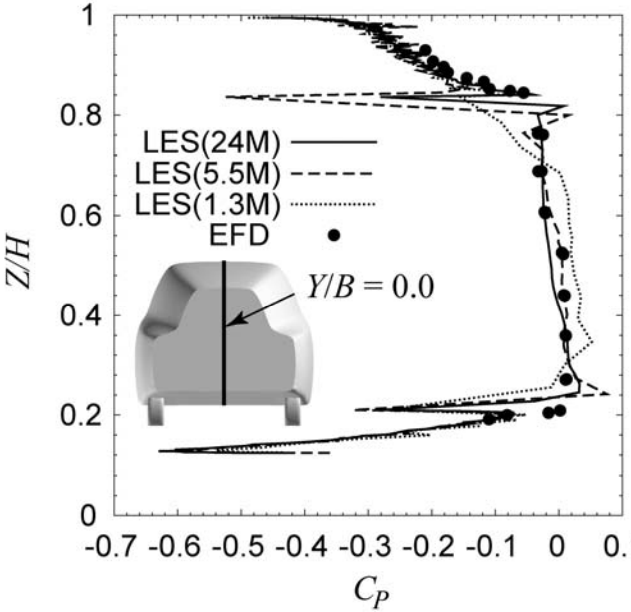
- Smagorinsky定数*C*の調節の必要がない
- Germano Identityの導入により、
  層流/遷移にも自然に対応可能
- 乱流エネルギーの逆カスケード現象も表現できる

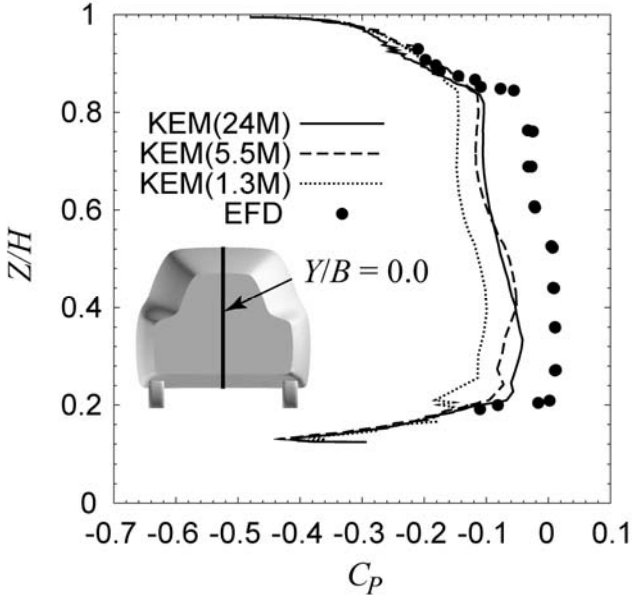
- *C*が陽な拡散性を保証しないため、計算が不安定
  *C*の平均化、数値粘性の導入等が必要
- どのような問題でも3次元非定常計算が必要
- 計算時間がかかる
- 壁近傍に高解像度の計算格子が必要（ストリークの再現）
  ただし、減衰関数の導入は不必要

LESの計算例









ASMOまわりの流れ　　Cp分布の比較 （Smagorinskyモデル）

RANS/LES/DESの違い

- **RANS** Re平均(時間平均)モデル
  時間平均のため定常流向き
  本質的に非定常であるはく離は苦手
- **LES** 空間平均モデル
  局所的な平均のため非定常流もOK
  常に3次元非定常計算が必要
  計算時間はRANSの10～100倍
- **DES** 壁近傍でRANS＋壁遠方でLES
  計算時間の点で実用的

Dettached Eddy Simulation（DES）

- LESでは壁近傍に多数の計算格子が必要
  －ストリーク構造の再現－
- LES用の壁関数も提案されているが、普遍性が低い

⇩

- 壁近傍でRANS＋壁遠方でLES
  RANS/LES Hybrid, DES, SAS, etc

⇩

- Dettached Eddy Simulation(DES)が現在もっとも成功
  Spalart et al. (1997)
- 壁近傍ではSpalart-AllmarasモデルのRANS
  壁遠方では1方程式型SGSモデルのLES

Dettached Eddy Simulation（DES）

- DESのモデル方程式

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t}+\frac{\partial \tilde{\nu}\tilde{u}_j}{\partial x_j}=C_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu}+\frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{(\nu+\tilde{\nu})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right\}+C_{b2}\left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2\right]-C_{w1}f_w\left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2$$

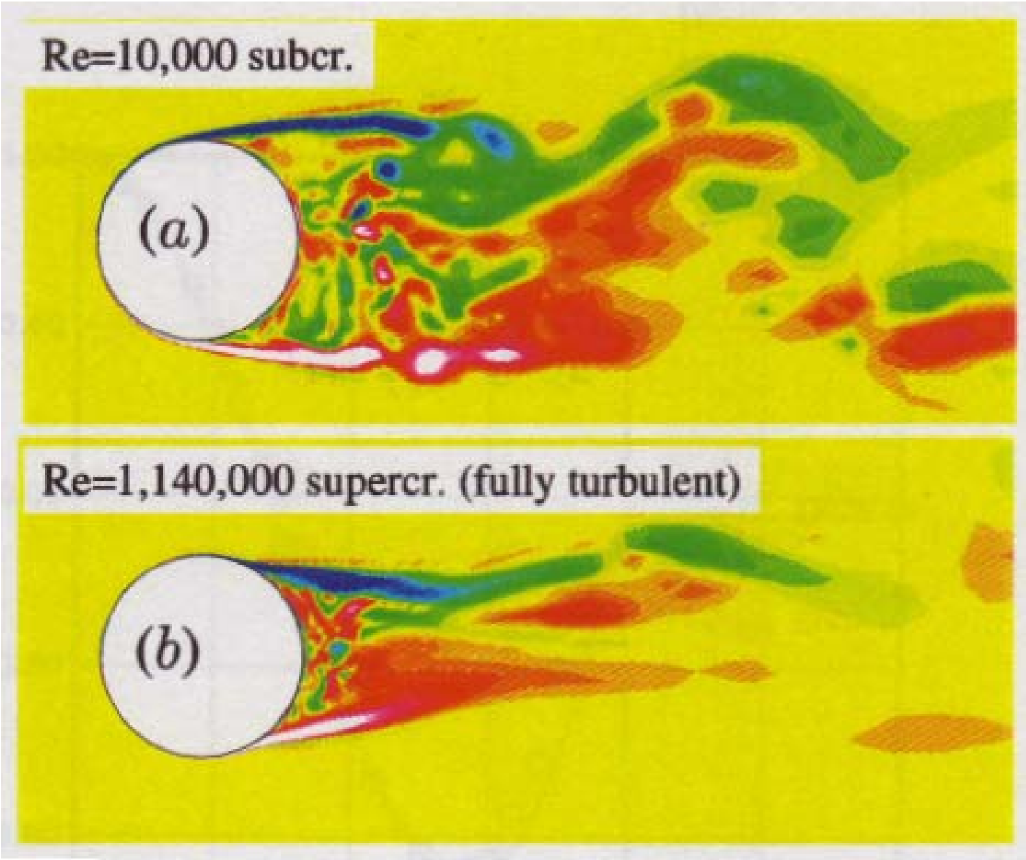
$$d=\min(y, C_{DES}\Delta) \qquad \Delta=\max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \qquad C_{DES}=0.65$$

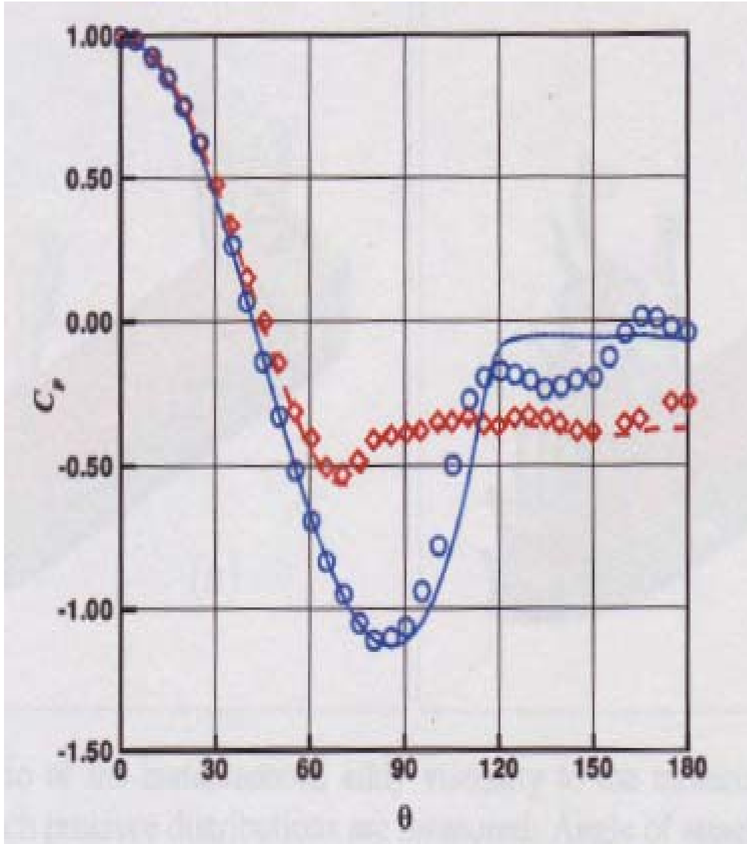
壁近傍 : y ⟹ SAモデル

壁遠方 : $C_{DES}\Delta$ ⟹ 1方程式SGSモデル

- 大規模はく離、鈍頭物体などで成功
- 壁近傍の格子を大きく削減（RANSの制限はある）

DESの計算例

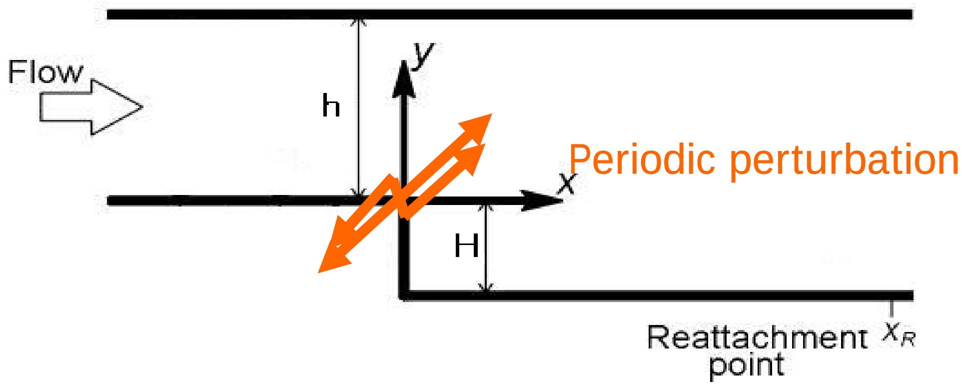


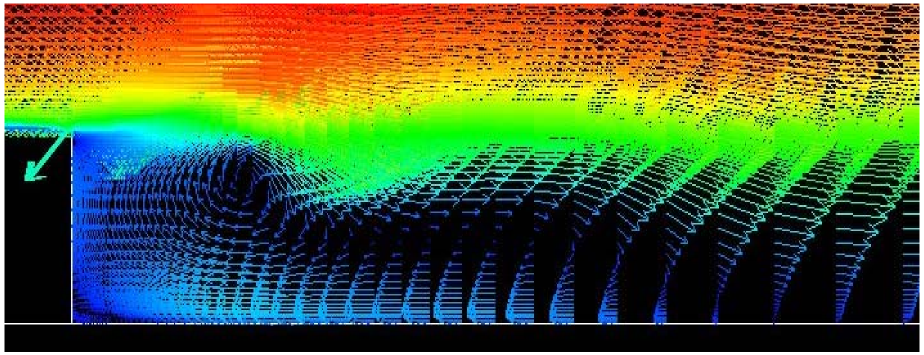


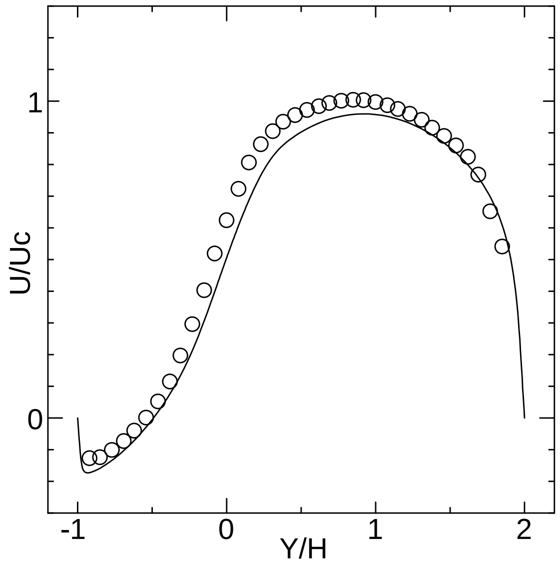
円柱まわりの乱流　Squire(2004)

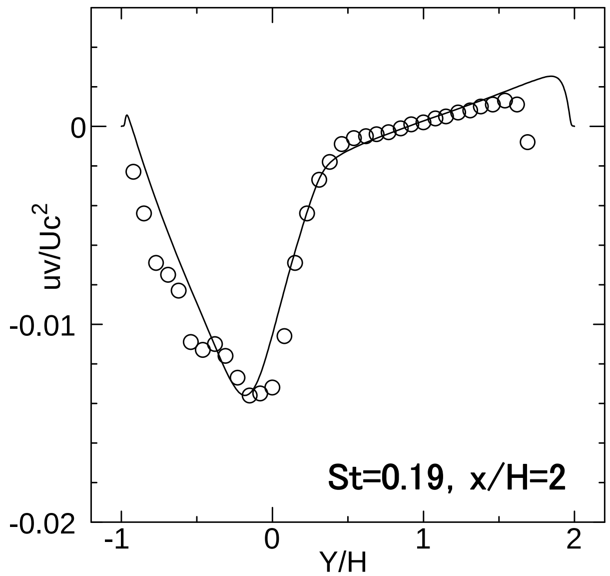
k-ε モデルでもOKな非定常流の例

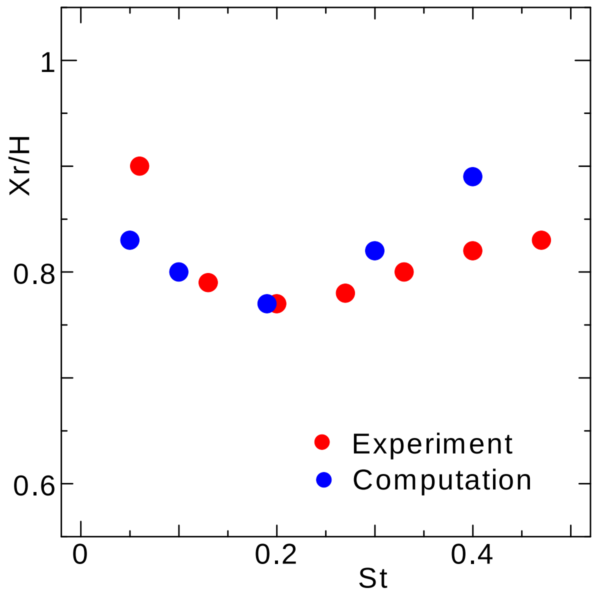
Experiment：Chun and Sung (1996)







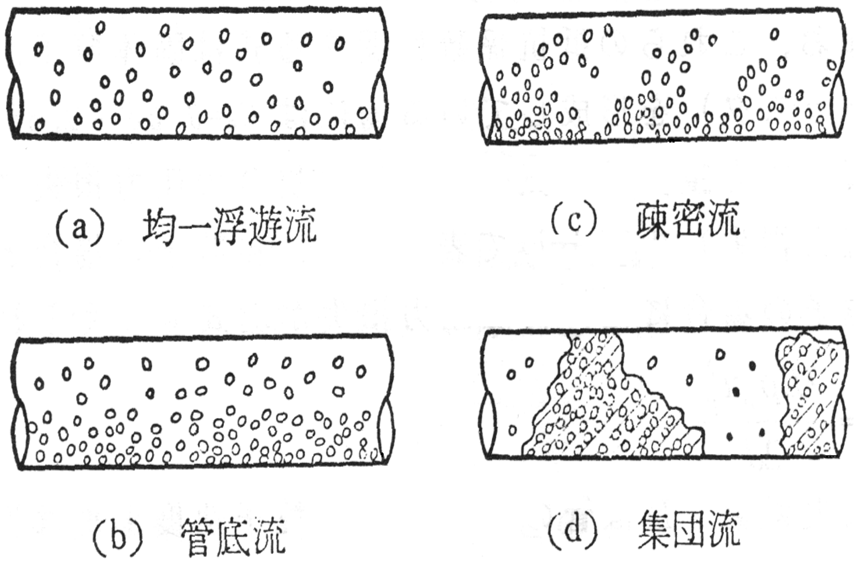




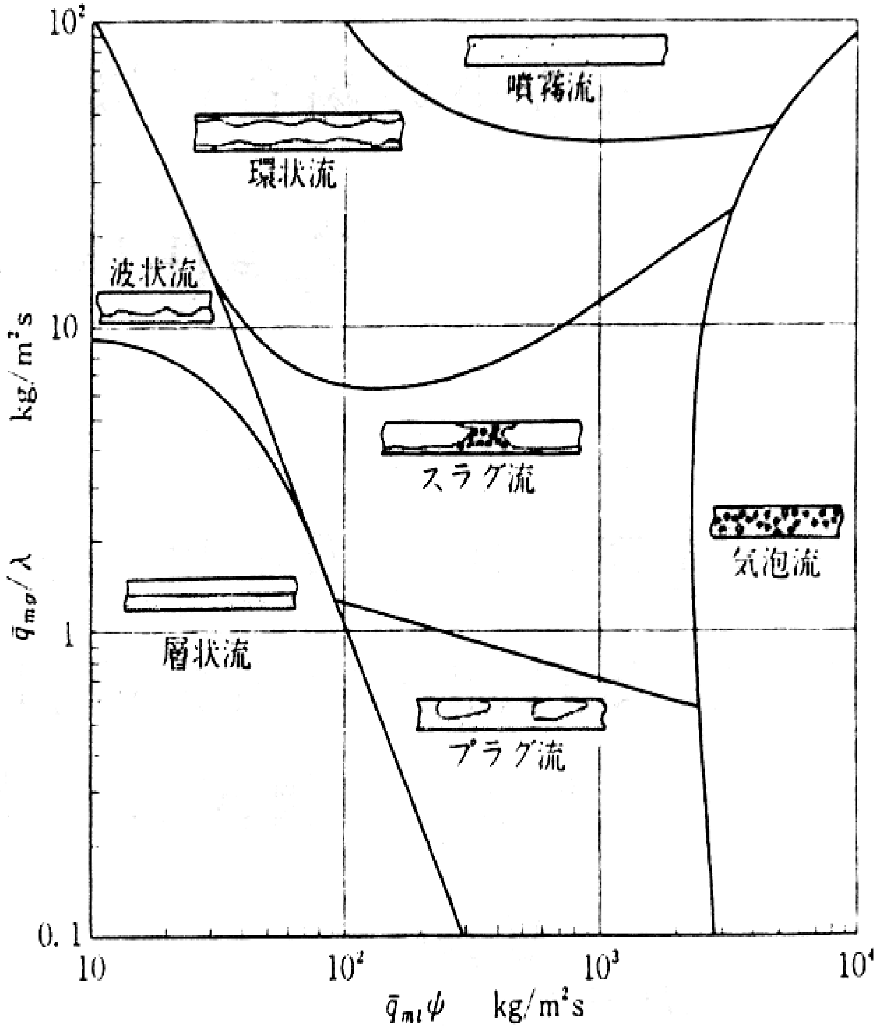
目次

1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

混相流の例（管内流）



固気混相流



気液混相流

混相流のモデル化

- 連続相　ー流れを担う主要な相
- 分散相　ー連続相内に分散している相

- 相間の干渉の程度

  One-Way Coupling
  連続相⇒分散相
  体積分率小

  Two-Way Coupling
  連続相⇔分散相
  体積分率大

- 座標系の取り扱い

  連続相：オイラー
  分散相：ラグランジュ
  オイラー・ラグランジュ

  連続相：オイラー
  分散相：オイラー
  オイラー・オイラー
  （2流体モデル）

オイラー･ラグランジュ･One-Way

- 連続相　ー乱流モデル（例えば、k-ε モデル）
- 分散相　ー個々の分散物質の運動方程式

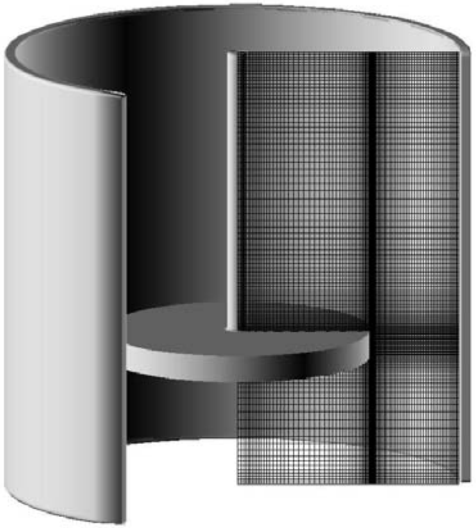
$$m_p \frac{d\upsilon_i}{dt} = \left(m_p - m_f\right) g_i + m_f \frac{Du_i}{Dt} - \frac{1}{2} m_f \left(\frac{d\upsilon_i}{dt} - \frac{Du_i}{Dt} - \frac{1}{10} a^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)$$

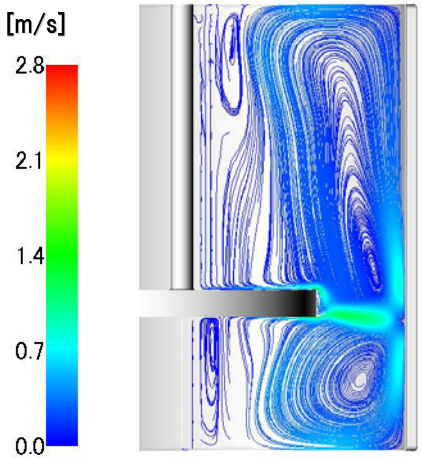
$$- \frac{1}{4} \pi a \mu C_D \,\mathrm{Re}_p \left(\upsilon_i - u_i - \frac{1}{6} a^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)$$

$$- 6\pi a^2 \mu \int_0^t d\tau \left(\frac{\frac{d}{d\tau}\left(\upsilon_i - u_i - \frac{1}{6} a^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)}{\left(\pi\nu\left(t-\tau\right)\right)^{1/2}} \right) + F_{etc}$$

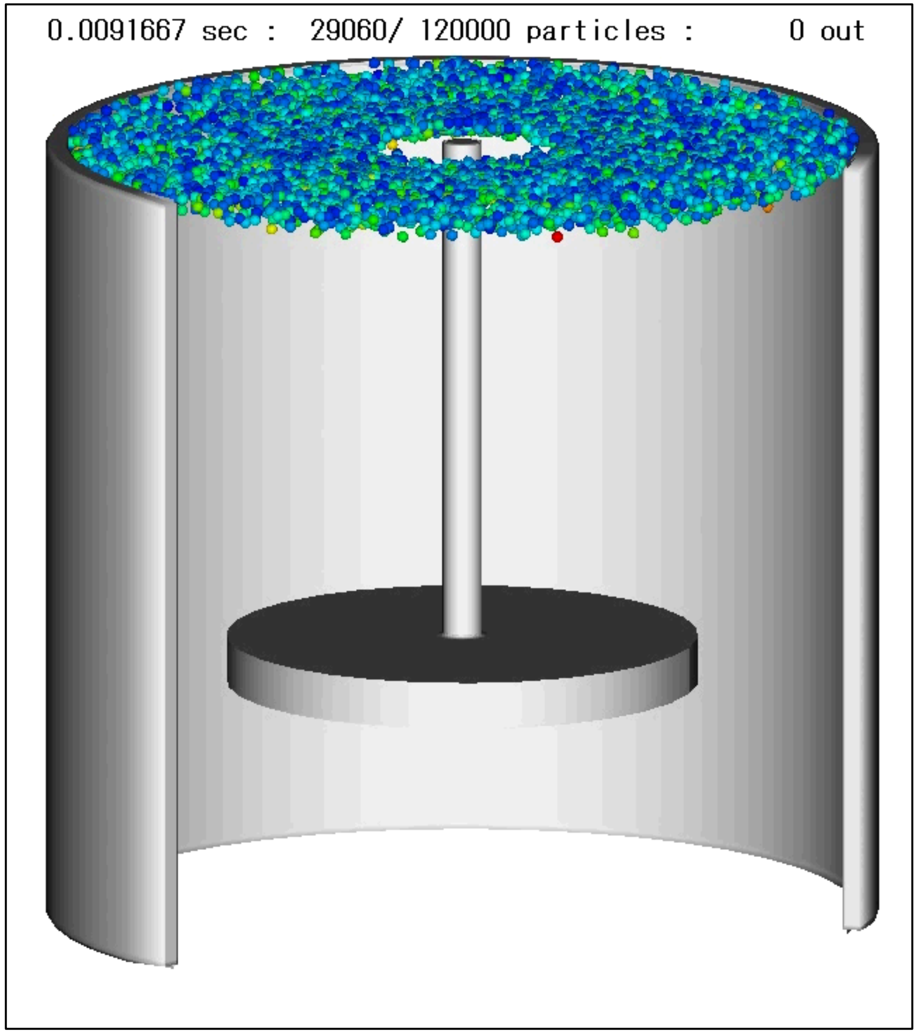
オイラー・ラグランジュ・One-Way

撹拌槽造粒（RSM）





Mean Streamlines1200rpm
(Re=28,800)



オイラー・オイラー・Two-Way

- 層流の場合
- 連続相　ーNS方程式＋分散相からの寄与

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \qquad \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \underline{\frac{\rho_p}{\rho \tau_p}(u_i - u_{pi})}$$

分散相から

- 分散相　ー分散物質の平均輸送方程式

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p u_{pj}}{\partial x_j} = 0 \qquad \frac{\partial \rho_p u_{pi}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p u_{pi} u_{pj}}{\partial x_j} = \underline{\frac{\rho_p}{\tau_p}(u_i - u_{pi})}$$

連続相から

τ_p:分散相の特性時間

オイラー・オイラー・Two-Way

- 乱流の場合
- 連続相　ー平均方程式＋分散相からの寄与

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j}=0 \qquad \frac{\partial U_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+\nu\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}-\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j}-\underline{\frac{\rho_p}{\rho\tau_p}\left(U_i-V_{pi}\right)}$$

分散相から

- 分散相　ー分散物質の平均輸送方程式

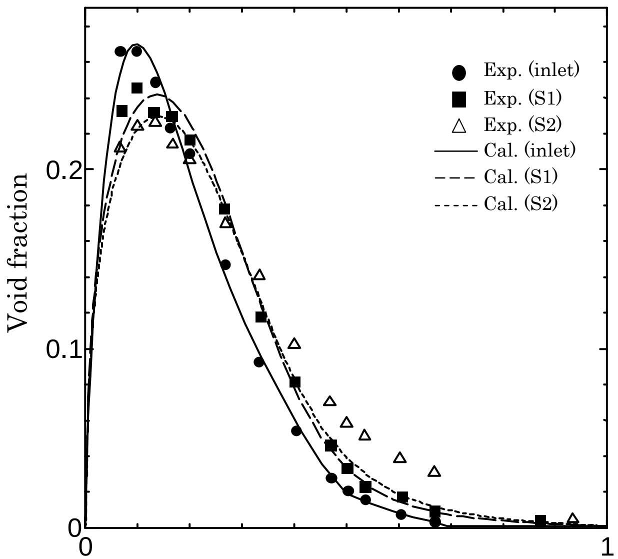
$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t}+\frac{\partial \rho_p V_{pj}}{\partial x_j}=0 \qquad \frac{\partial \rho_p V_{pi}}{\partial t}+\frac{\partial \rho_p V_{pi} V_{pj}}{\partial x_j}=-\frac{\partial \rho_p \overline{v_i v_j}}{\partial x_j}+\underline{\frac{\rho_p}{\tau_p}\left(U_i-V_{pi}\right)}$$

連続相から

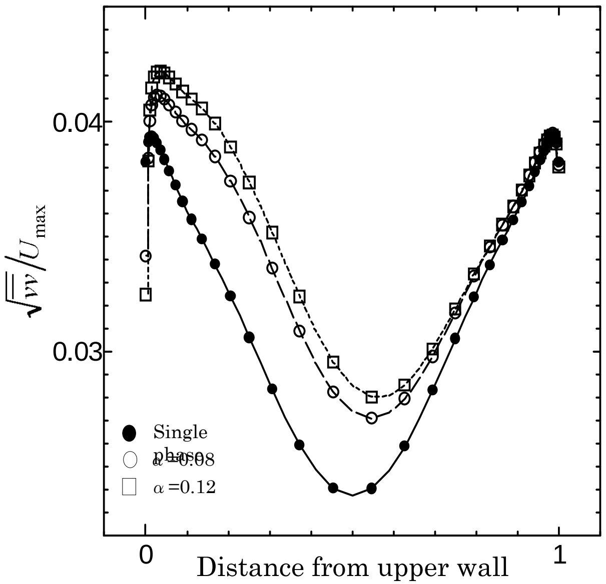
仮定：$\overline{v_i v_j}=R_\nu\overline{u_i u_j} \qquad R_\nu=\dfrac{1}{1+\dfrac{\tau_p}{C_t}\dfrac{\varepsilon}{k}}$

オイラー･オイラー･Two-Way

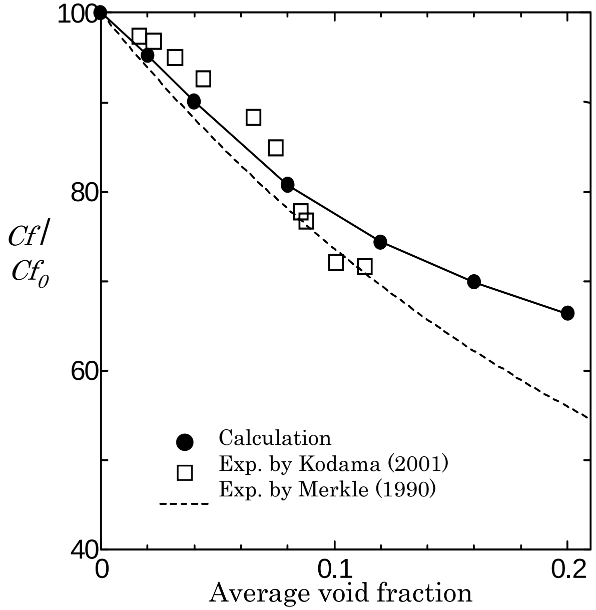
- マイクロバブル･チャネル乱流
- 2流体応力方程式モデル



Local void fraction distribution (modified model)



Turbulence Intensity of Bubble



Drag reduction

混相流の影響因子

- 分散物質（粒子、気泡、etc）の形状
- 分散物質の直径および直径分布
- 連続相の乱れ状態
- 分散相の乱れ状態
- 分散相による連続相乱れの生産・散逸

  微小：乱れを減衰　　　粗大：乱れを増幅
- 分散物質表面での蒸発・凝縮・吸着

これら影響因子のモデル化は不十分

基本形＝単相流の乱流モデル＋補正項

どの乱流モデルをベースとするか要注意！

目次

1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

化学反応モデル

- 詳細反応モデル　－　すべての素反応を考慮
  すべての反応物質が求まる
  着火遅れ、消炎OK
  時間刻みがきわめて小
  Stiffness問題が起きやすい
- 簡略反応モデル　－　素反応のうち遅い反応のみ考慮
- 総括反応モデル　－　ひとつの反応式にまとめる
  反応速度>>流体速度
  中間生成物が計算できない
  着火遅れ、消炎×

化学反応モデルの計算例（H_2燃焼）

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\bar{\rho}\tilde{u}_k\right)=0$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j+\bar{p}\delta_{ij}\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\tau}_{ij}-\overline{\rho u_i'' u_j''}\right)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{e}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\tilde{u}_j\left(\bar{\rho}\tilde{e}+\bar{p}\right)$$

$$=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\tau}_{ij}\tilde{u}_i-\bar{q}_j-\sum_{k=1}^{n}\overline{j_{jk}h_k}-\overline{\rho u_j'' h''}\right)$$

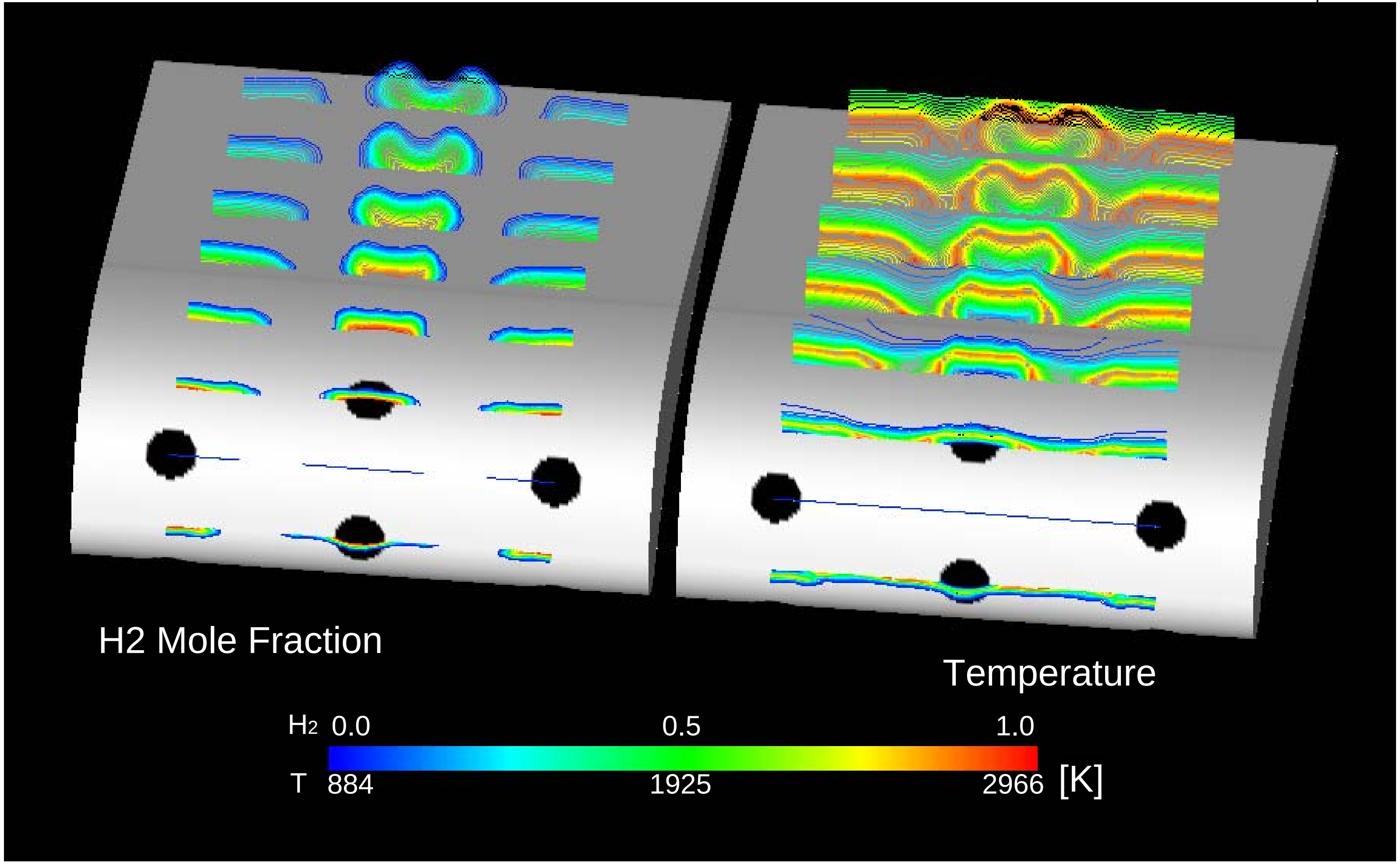
$$\frac{\partial \bar{\rho}\tilde{Y}_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tilde{u}_j\bar{\rho}\tilde{Y}_i\right)=-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{j_{ij}}+\overline{\rho u_j'' Y_i''}\right)+\overline{w_i}$$

5段階簡略反応モデル
(Chen et al.,1995)

Reaction		
1. O_2+H	→	OH+O
2. H_2+O	→	H+OH
3. H_2+OH	→	H+H_2O
4. H+O	→	OH
5. O_2+N_2	→	2NO

計8化学種

化学反応モデルの計算例（H_2燃焼）



乱流燃焼モデル

- 渦崩壊モデル　－　反応速度∝乱流渦の寿命

$$R = A\frac{\rho\varepsilon}{k}\min\left(Y_f, \frac{Y_o}{r}\right)$$

ε / k :乱れの寿命（時間スケール），

Y_f :燃料の質量分率　　Y_o :酸化剤の質量分率，

r :量論混合比における燃料に対する酸化剤の質量割合

- 層流火炎片モデル　－　乱流火炎＝層流火炎の集合

$$R = -\frac{1}{2}\rho\chi\frac{\partial^2 Y_j}{\partial f^2} \quad , \quad \chi = 2D_{jm}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2$$

Y_j:科学種jの濃度　f:混合分率　χ:スカラー消散関数

燃焼流の問題

- 化学反応モデルが確立されていない

  詳細反応すら未完成
- 乱流燃焼モデルも十分でない

  単相乱流から見るとモデルが雑

  非定常性？

基本形＝単相流の乱流モデル＋補正項

どの乱流モデルをベースとするか要注意！

目次

1. CFDの結果に影響する因子
2. 物理モデルとは？
3. 単相流（RANS, LES, DES）
4. 混相流
5. 燃焼流
6. まとめ

まとめ

- 現状のCFDは単相流の乱流モデルがベースとなっている

↓

どのタイプの乱流モデルを選ぶかが最重要！

- バランスの良いモデル選択に努める

↓

乱流モデルのレベルに合わせたマルチ・フィジックスモデルの導入　スケール注意！

乱流モデルの選択方法(目安)

- 計算時間　所有するコンピュータとの相談

短時間					長時間
高Re k-ε	応力方程式	低Re k-ε	DES	LES	DNS
1	5	10	80	100	1000

- モデルの再現性

定常流:RANS	非定常流:LES
付着流:k-ε	はく離:応力、LES
熱伝達:低Re k-ε	旋回流:応力、LES
etc	

熱流体現象を読む眼の涵養!

参考文献

- 計算力学ハンドブック(II　差分法・有限体積法　熱流体編)，日本機械学会編，丸善，(2006)
- 数値流体力学ハンドブック，小林他編，丸善，(2003)
- 乱流の数値流体力学，大宮司，三宅，吉澤編，東京大学出版会，(1998)
- 乱流解析，数値流体力学会編集委員会編，東京大学出版会，(1995)
- 燃焼・希薄流・混相流・電磁流体の解析，東京大学出版会，(1995)
- 数値流体力学，標，鈴木，石黒，寺坂著，朝倉書店，(1994)