

課題名(タイトル):

## 量子電磁気学によるレプトン異常磁気能率の精密計算

利用者氏名: ○仁尾 真紀子、佐藤 龍政

理研における所属研究室名: 仁科加速器科学研究センター 少数多体系物理研究室

1. 本課題の研究の背景、目的、関係する課題との関係  
電子 1 個の磁石としての強さを、ボーア磁子を単位として測定した値を  $g$  因子と呼ぶ。この  $g$  因子は、量子力学と相対性理論を考慮したディラック理論では  $g=2$  と整数となる。しかし、1940 年代後半の精密物理実験により、電子の  $g$  因子は 2 よりも 0.1% 程度大きいと示された。そして、この約 0.1% の差は、量子力学的描像では説明できず、電子は時空に広がった量子的な場の励起と理解することで初めて説明される。後者の描像は量子電磁気学(QED)と呼ばれ、 $g$  の値は QED に基づく計算によって求めることができる。

最新の電子  $g$  因子の 2 からのずれは 2022 年の測定では  
 $(g-2)/2 = 0.00115965218059$  (13)

と 0.11 ppb の精度で決定されている。一方、QED での  $g-2$  の理論値は、電磁気力の強さを表す微細構造定数  $\alpha$  を摂動展開のパラメタとして、摂動級数展開を行うことで求められる。各摂動次の係数はファインマン図に基づく多次元積分を計算することで得られる。QED の  $g-2$  摂動計算は、 $\alpha$  の 4 乗までは完全に決定している。また、摂動パラメタの  $\alpha$  自身は Rb 原子の量子干渉実験により 0.07 ppb の精度で決定されている。

10 次摂動項、つまり、 $\alpha$  の 5 乗項の寄与は  $g-2$  に 0.3ppb 程度あり、この摂動項の係数を決定すれば、理論と実験の 0.1ppb レベルでの厳密検証が実現する(図 1 参照)。現在、この摂動 10 次( $\alpha$  の 5 乗の項の係数)において、これまでの私たちの結果と、2019 年および 2024 年の Volkov の計算結果の間に約 5 標準偏差( $\sigma$ )の差があった。この差を解消し、そして、QED さらには、QED を一部として含む素粒子標準理論の厳密検証を実現することが、本研究課題の目標である。私たちの摂動 10 次の積分プログラムの再計算を実施し、この差の解消を目指す。

## 2. 具体的な利用内容、計算方法

私たちの過去の結果(以下 AHKN と呼ぶ)と Volkov の値の差は Set V と呼ぶ 6,354 個のファインマン図から生じている。これらの図はファインマン図の構造により 389 組に分割できる。私たちのこれまでの研究成果により、AHKN と Volkov のそれぞれの数値計算結果は、389 組全てにおい

て無矛盾であることが数値計算の不確かさの範囲で確定されている。そして 389 組の総和における  $5\sigma$  の差は、ファインマン図の大まかな構造で共通点を持つ 98 組の部分和において生じていた。AHKN と Volkov の間で各々の値の差は無矛盾なもの、その差がランダムに分布せず、負の値に偏っていたからだ。これは、数値計算プログラム自体にはミスがなく、数値積分計算の実行において、何らかのバイアスが存在することを強く示唆する。

まずは、この 98 組に相当する 12 次元の積分計算を再評価することとした。従来、使用していたモンテカルロ数値積分アルゴリズム VEGAS はそのまま、モンテカルロのサンプル統計数を 40 倍程度増加した。2022 年までの倍精度計算では、すでに AHKN の結果が小さくなり、Volkov と不確かさの範囲で一致する傾向が確認されていた。しかし、この 98 組の積分は、光子の質量  $\lambda$  が厳密に 0 であることに起因する  $1/\lambda$  型の発散の相殺を、被積分プログラム中で行っており、コンピュータ内の実数表現に起因する桁落ちからの積分結果への影響が排除できない。電子  $g-2$  の摂動 10 次項の値は、微細構造定数  $\alpha$  の値の決定に影響し、さらに  $\alpha$  の値から誘導された多くの基本物理定数(真空の誘電率など)の数値にも影響を及ぼす。そこで、慎重を期して、準 4 倍精度実数を用いて再計算を行った。

2023 年度までの HOKUSAI BW での 98 組の積分計算の結果を引き継ぎ、HOKUSAI BW2 で準 4 倍精度計算を開始した。2024 年 12 月の BW2 テスト利用開始とともに、まずは、数値計算結果の再現テストを実施、さらにベクトル化と並列化のためのパラメタチューニングと実行時間計測を行った。実行時間に大きな揺れ(数倍以上)があり、報告したところ、BW2 ハードウェアのスイッチの故障が発見された。故障スイッチの関連するノードがブロックされてからは、実行時間のばらつきは想定内の 10% 程度に全て収まるようになった。

HBW2 用に決定されたパラメタ値に設定し、ターゲットとなる 98 組に対応する積分プログラムをリコンパイルした。摂動 10 次 Set V の 389 組に対応する被積分関数は、各々が約 10 万行程度で構成されている。倍精度実数の計算ではベクトル化される最も内側のループが被積分関数になる。コン

パイル時の SIMD 命令の書き出しのため、1プロセスで実施すると1積分のコンパイルに3時間程度を要する。一方、準4倍精度実数ライブラリを利用する場合は、SIMD ベクトル化はライブラリ内の四則演算となるので、コンパイル時間は10 分程度で済む。以上の準備を経て、BW2 で計算を実行した。98 組の再計算に BW とBW2 で以下の計算時間を費やした。

BW (2021~2024) 16,519,194 core hours,  
BW2 (2024/12 ~2025/05) 15,542,087 core hours.

なお、BW2 の利用のうち、2025 年 4 月以後の利用開始後の1ヶ月間で他の関連する計算も合わせて5,355,276 core hours を消費した。これは無料利用の利用制限量の1.7 倍である。5 月以降は、BW2 の利用者が増加したことにより、無料利用では、どのような小さな短いジョブでも実行できなくなった。

### 3. 結果

以上の98 組の新規の数値計算結果を用いると、摂動10 次の AHKN の寄与は従来より小さくなり、

$$A_1^{(10)}[\text{Set V : AHKN2024}] = 6.800 (128)$$

と更新された。カッコ内の数値は不確かさが値の最後3桁に相当することを示す。これは Volkov の2019 年と2024 年の値の加重平均値

$$A_1^{(10)}[\text{Set V : Volkov2019\&2024}] = 6.828 (60)$$

と一致する。摂動10 次の Set V 以外のファインマン図については AHKN の2012 年の値が Volkov により2024 年に確認された。これを持って、摂動10 次の5 $\sigma$  の差は解決され、信頼性のある値を提供できるようになった。

なお、本グループの佐藤が研究しているハッブル定数の矛盾の解消に向けた新素粒子モデルを用いた計算に関しては、今年度は計算機の使用はなかった。従来は多重積分をそのまま数値計算していたが、相対論的不変量にローレンツ変換を適応し表現を変えることで、一部の積分を解析的に実行できることを、佐藤が見つけ出した。これにより、残りの数値積分計算も手元の計算機でできるようになったためである。

### 4. まとめ

本年度2024年度のBW2を利用した数値計算により、電子g-2の摂動10次の数値計算値が確立した。これは、QED 理論計算のみならず、精密物理検証による素粒子標準理論の破れの探索や、科学技術の基盤となる基礎物理定数

の決定への、大きな貢献を意味する。

### 5. 今後の計画・展望

電子 g-2 実験は、今も継続されており、量子計測を実現させ 0.01ppb 以下の精度を目指している。また、微細構造定数  $\alpha$  の決定も、従来のパリ大学、UC バークレーのチームの他に、2024 年よりケンブリッジ大学のグループが重力波測定で開発した技術を用いて新たに参入し、3 グループとも 0.01ppb 以下を目指している。これらの関連実験分野での進捗を視野に入れ、電子 g-2 およびミュオン g-2 への QED 摂動計算は摂動10 次の精度の改良、そして摂動12 次の概算評価方法について検討し、計算をすすめる。

ハッブル定数の矛盾解消のための素粒子新モデルでの計算では、新たな素過程を付け加え、より現実的な計算とし、数値計算を実施する。

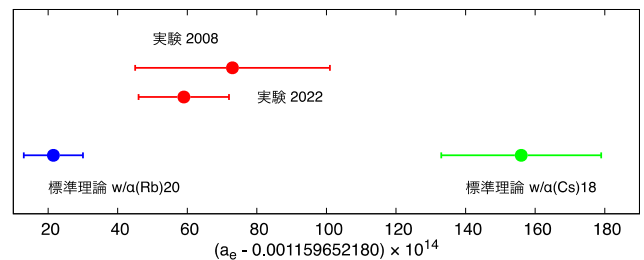


図1 2024 年末での電子異常磁気能率  $a_e=(g-2)/2$  の実験と理論値の比較。赤が2008 年ハーバード大学および2022 年ノースウエスタン大学での実験値、青と緑はそれぞれ Rb 原子または Cs 原子で決めた  $\alpha$  を用いた理論値。実験値からは理論値の緑は+3.7 $\sigma$ 、青は-2.4 $\sigma$  差がある。もし、全ての値で、中心値がほぼ動かず、不確かさが小さくなり、実験値と理論値の差が5 $\sigma$  以上になれば、素粒子標準理論を超えた新しい物理現象が存在する証拠となる。

2024 年度 利用研究成果リスト

【雑誌に受理された論文】

[1] T. Aoyama, M. Hayakawa, A. Hirayama, and M. Nio, “Verification of the tenth-order QED contribution to the anomalous magnetic moment of the electron from diagrams without fermion loops,” Phys. Rev. D 111, L031902, 25 February, 2025.

DOI: [10.1103/PhysRevD.111.L031902](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.L031902)

【口頭発表】

[2] M. Nio, “Update on QED contributions,” Seventh plenary workshop of the muon  $g-2$  theory initiative, 9-13 September 2024, KEK, Tsukuba.