

プロジェクト名(タイトル):

電子異常磁気能率を求める多次元数値積分計算の最適化に関する研究

利用者氏名:

○仁尾 真紀子(1,2)、山崎 遼大(2,1)、浅野 友哉(2,1)

理研における所属研究室名:

(1)仁科加速器科学研究センター 中間子科学研究室

(2)埼玉大学大学院理工学研究科

1. 本プロジェクトの研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

1.1 背景

電子及びミュオンは共に荷電レプトンであり、ミュオンが電子より約 200 倍重い以外は、電荷やスピンなど等しい性質を持っている。荷電レプトンの磁場との結合の強さは、スピンに比例する磁気能率で表され、その大きさは g 因子という数で示される。荷電レプトンの g 因子は 2 からわずかにずれ、そのずれ $g-2$ を異常磁気能率と呼ぶ。このずれは、何も粒子のない状態である真空が、量子効果によって揺らぐことに起因している。

近年、荷電レプトンの異常磁気能率($g-2$)の値を、実験と理論の双方で精密に決定し、両者に差があることを明らかにすることで、素粒子の標準模型を超える新物理現象を探すと試み脚光を浴びている。ミュオンの実験では 2021 年春にフェルミ国立研究所から新実験値が発表され、この値は、過去の実験値と無矛盾であった。この発表に先立つ 2020 年、各国 100 名以上の理論研究者の協力により、素粒子標準模型によるミュオン $g-2$ の理論値が発表された。現在、実験と理論の差は 4.2 標準偏差(σ)まで広がっており、フェルミラボで継続中の実験の続報が待たれる。また、日本の J-PARC でも、フェルミラボとは異なる方法でのミュオン $g-2$ の測定実験の準備が進んでおり、理研の中間子科学研究室もこれに参画している。

電子においても 2022 年秋にこれまでの値より 2.2 倍精度の良い新測定値が発表された。電子の反粒子、陽電子での測定、さらに量子測定技術の導入も進行中で、新物理探索への感度を持つのも間もないと思われる。

1.2 目的 今年度、本プロジェクトでは、荷電レプトン $g-2$ に関する 2 テーマの数値計算を実行した。仁尾と山崎は、量子電磁気学(QED)により、世界初の試みとして摂動 12 次の項を計算した。ミュオン $g-2$ の現在の理論値に QED の高次から予想外の大きな寄与があるか否かを確認する。同時

に、電子 $g-2$ の摂動 12 次項が現在の計算機の性能で妥当な時間と計算機資源量で計算可能かどうかを確認する。

浅野は、ミュオン $g-2$ での実験と理論の差を説明する新しい素粒子模型が、同時に、宇宙の観測量の矛盾を解決できるかどうかを探った。ハッブル定数には直接測定値と、宇宙の形成モデルによる間接測定値があるが、その 2 個に有意な差がある。新しい模型による効果を取り入れることで後者のハッブル定数が前者に一致するかどうかを確認した。

両者の計算技術における共通点としては、高次元の数値積分が必要とされていることである。ともに反復による最適化を用いたモンテカルロ積分 VEGAS をアルゴリズムとして利用した。

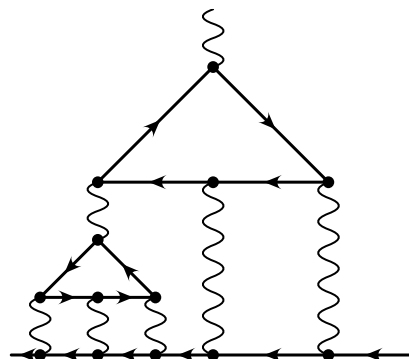


図1: QED 摂動 12 次に現れる光光散乱ループを 2 個含み、そのうちの 1 個に外部磁場の光子が触れている頂点図の一例。波線が光子、直線がフェルミオンを表す。

2. 具体的な利用内容、計算方法

2.1 QED 摂動 12 次の荷電レプトン $g-2$ 計算

摂動 12 次の全約 20 万個のファインマン頂点図のうち、ミュオン $g-2$ への主要項は光光散乱ループを含む頂点図に電子の真空偏極ループを含む 100 個程度の図に拠ると予想されており、その大まかな値も既存研究から判明している。本プロジェクトでは、この予想には含まれないが、大きな寄与を与える可能性のある光光散乱ループを 2 個含む頂点図 360 個(図1参照)、これらが真の主要項であるかどうかを、

実際に計算を実行することで確認した。

360 個を 16 個の独立な積分にまとめ、それらの $g-2$ への寄与をそれぞれ 16 次元の積分として表した。被積分関数の生成は PC で行い、一つの積分は、1 または 3 個のカウンター項を含む 50 万行程度の Fortran コードとなる。HOKUSAI BigWaterfall に移植し、simd 化を有効にしてコンパイルすると、1つの積分で 2 時間程度を要する。モンテカルロ積分アルゴリズム VEGAS に従い、積分グリッドを最適化したのち、 10^{10} 個のサンプル数を用いて 2 度、積分を実行し、積分値を得た。最後の積分 2 回の実行に、2 ノード 80 コアで約 60 時間の実実行時間を要する。これをミュオン $g-2$ でフェルミオンループが全て電子の場合、どちらか一方がミュオンで残りが電子である場合、全てミュオンの場合の合計 4 通りで計算した。

被積分関数の構成のテスト、ならびに、16 次元での高次元数値積分の実行の信頼性のテストは次のように行なった。全頂点図 360 個のうちカウンター項が 1 個のみ必要である 252 個の頂点図を 3 個ごとに取りまとめた 84 個の自己エネルギー相当の図をそれぞれ数値積分計算した。QED の対称性からこれらは 10 個のグループに分かれ、同一グループ内では同じ値を与えるはずである。被積分関数は本プロジェクトで新規に作成した自作プログラムで自動生成された。同じグループ内でも、被積分関数は自動的に内線に割り振られた番号の違いにより、一見、全く異なる形をしており、これがテストの肝となる。

これら 84 個の積分を、数値積分の収束性の最も良いフェルミオンループが全てミュオンの場合で、 10^7 個のサンプル数、50 回の繰り返しの条件のもと VEGAS で積分計算を実行した。数値計算結果の 82 個の値は不確かさの範囲内で見事に 10 個のグループに分かれ、図の QED の対称性による分類と完全に一致した。これは、無事に 2 つのテストを通過したことを意味する。

2.2 ミュオン $g-2$ の差を解消する素粒子新モデルでのハッブルテンションの緩和

電子 $g-2$ での実験と理論の差は高々 2σ 程度であるが、ミュオン $g-2$ では 4σ を超えるものとなっている。この解決として、素粒子標準模型に加えて、電子には作用しないがミュオンには作用するような新たな素粒子と相互作用を導入する。この新モデルの効果により、相対論的な粒子種の有効数 N_{eff} を適宜増加することができれば、2 つの異なるハッブル定数の違いを解消できる。

これを確かめるためには、粒子間の散乱過程を取り入れたボルツマン方程式を解いて、各粒子種の温度の時間発展を追う必要がある。本研究で扱う新モデルでは、粒子種を 3 種類に拡大しているため、3 本のボルツマン方程式を連立して解かなければならない。そのボルツマン方程式に現れる係数には散乱過程の位相積分に由来する 5 次元積分が含まれている。

5 次元積分部分は VEGAS を利用し、積分グリッド最適化ののち、 3×10^6 個のサンプル数、繰り返し 10 回で評価した。この値を利用して、連立微分方程式による時間発展を計算する。これを繰り返し、一つの入力パラメタの組に対して、連立微分方程式を終時間まで解き終わるには、15 時間から 48 時間程度を要した。今回試した入力パラメタは、質量と結合定数の 2 種類で、合計 30 通りの組み合わせを試した。積分を含む連立微分方程式の計算は単独コアで実行、入力パラメタの値の違いによってコア並列で実行させた。

3. 結果

どちらのテーマについても結果の詳細については投稿準備中のため、割愛する。

3.1 QED 摂動 12 次 $g-2$

光散乱ループを 2 個含む 360 個の頂点図からのミュオン $g-2$ への寄与として、摂動展開の係数 $(\alpha/\pi)^6$ の係数を得た。

3.2 ハッブルテンションの緩和

素粒子の新モデルを導入した場合、ミュオン $g-2$ での差を説明し、かつ、ハッブルテンションを解決することができるパラメタ領域が存在することが確認できた。

4. 今後の計画・展望

QED 摂動 12 次のフェルミオンループを含むファインマン図の多くでは、現状の現実的な計算機資源で十分に計算可能であることがわかった。今回の研究で被積分関数の構成のための多くのツールを新たに作成したので、それを活用して、摂動 12 次の計算を迅速に推し進める。

ハッブルテンションの緩和の数値計算に関しては、現在は単独コアで計算実行しているものを並列化し、少なくとも 10 倍程度の高速化を実現したい。それによって、さらに多くのパラメタ領域を探索し、新モデルの検証範囲を拡大する。

2022 年度 利用研究成果リスト

名前の左肩の○は、発表者を表す。

【雑誌に受理された論文】

R. Yamazaki and M. Nio, "Twelfth-order QED contributions to the muon $g-2$ ", RIKEN Accelerator Progress Report 2022, submitted.

【口頭発表】

○浅野 友哉, 佐藤 丈, 梁 正樹, 浅井 健人, 「 $U(1)_{L\mu-L\tau}$ ゲージボソンと Majoron による Hubble Tension の解決」, 日本物理学会, 2023 年春季大会, オンライン 2023 年 3 月 22 日 - 25 日.

【ポスター発表】

○山崎 遼大, 仁尾 真紀子, 「ミュー粒子異常磁気能率への量子電磁気学による摂動 12 次の寄与」, 計算物理 春の学校, 沖縄県市町村自治会館, 沖縄県那覇市, 2023 年 3 月 13 日 - 15 日.

【その他(著書、プレスリリースなど)】

浅野 友哉, 「 $U(1)_{L\mu-L\tau}$ ゲージボソンと Majoron による Hubble Tension の緩和」, 埼玉大学大学院理工学研究科, 修士学位論文, 2023 年 3 月.

山崎 遼大, 「ミュー粒子異常磁気能率への量子電磁気学による摂動 12 次の寄与」, 埼玉大学大学院理工学研究科, 修士学位論文, 2023 年 3 月.