

プロジェクト名(タイトル):

電子異常磁気能率を求める多次元数値積分計算の最適化に関する研究

利用者氏名:

平山 陽, 仁尾 真紀子

理研における所属研究室名:

仁科加速器科学研究センター 量子ハドロン物理学研究室

1. 本プロジェクトの研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究では、電磁気学の量子力学である QED (Quantum Electrodynamics) 理論を用いて、電子およびミューオン粒子単体の磁氣的性質を導き出す数値計算を行った。

電子とミューオンはともに基本電荷 e を持つスピン $1/2$ のフェルミ粒子である。これらの素粒子の磁場中での振る舞いを決めるのはそれぞれの磁気能率で、その大きさをボーア磁子の単位で示す数が g 因子だ。ディラックの相対論的量子力学では $g=2$ と整数値であるが、じっさいには真空の量子的揺らぎにより 2 より 0.1% 程度大きな値を示す。朝永振一郎らによって構成された QED 理論は、このわずかの差 $g-2$ を説明することに成功し、現代の素粒子理論の発展へと繋がった。

現在では、最先端の量子測定技術を駆使した実験により、 $g-2$ は電子では $3/100$ 億、ミューオンでは $4/1000$ 万の精度で測定されている。当然、理論計算にも同程度の精度が要求される。

電子 $g-2$ の測定値は Harvard によって測定されたものが最新値である。現在は、電子の他にその反粒子である陽電子に関する $g-2$ 測定実験が Northwestern に場所を移して進行中だ。電子 $g-2$ の理論値は、電磁気力の結合定数である微細構造定数 α の摂動展開によって得られるべき級数として非常に良い近似が得られる。QED では α による摂動展開の係数を一切の入力パラメタなしに物理原理のみから計算することができる。

ミューオンの $g-2$ においては、21 世紀初頭での Brookhaven (BNL) での実験が有名である。QED を含む素粒子標準模型から求めたミューオンの g 因子の理論値と、BNL の測定値の間には 4 標準偏差ほどの差があり、素粒子標準模型を超える新しい物理を示唆する有力な候補である。2022 年 4 月には米国 Fermilab から新実験の第一報が出た。BNL の結果と一致し、理論と実験の差が 4.2 標準偏差で依然、存続することが判明し、世界的な注目を集めた。日本でも、理研の先端中間子研究室が参画し、東海村 J-PARC での新実験の準備がすすめられている。

これらの電子およびミューオンの実験観測にたいして、私たちは、理論値としての QED $g-2$ の値をより確かにより高い精度で決定するための研究を HOKUSAI-BW で実施した。

2. 具体的な利用内容、計算方法

QED の摂動計算のうち電子あるいはミューオンと光子が 10 回相互作用をする摂動 10 次の項は数値計算で求められている。この項は 1 万余のファインマン図で表されるが (図 1 参照)、そのうち、フェルミオンのループを含まない数千個の図の寄与を記述する Set V と呼ぶ 389 個の積分を本研究の対象とする。これらの積分の一個一個が、 10 万行程度の被積分関数で構成されており、 $9\sim 13$ 次元の高次元で定義されている。しかも非常にシャープなピークを積分領域の境界に持つ、数値的な評価が困難な積分である。

2019 年に、私たちの方法とは部分的に異なる手法で Set V の数値計算結果をまとめた論文が Volkov により発表された。それによると、数千個の図の寄与の和として、この結果は、私たちの結果と、符号と一桁目は一致するものの、 4.7 標準偏差ほどずれた値となっている。

$3,890$ 個のファインマン図の発散構造を解析的に調べることにより、Set V の 389 個のファインマン図の組ごとに、わたしたちと Volkov の数値計算結果の相互比較を行った。分かったことは、 389 個のいずれも数値計算の不確かさの範囲内で両者が一致する。にもかかわらず、両者の差の符号が圧倒的に正に偏っており、それが積み重なって 4.7 標準偏差の差が生じていた。特に、摂動 2 次の自己エネルギー型ファインマン図を部分図として持つ 98 個の組で、 98 個中 90 個で符号が正となり、これらだけで 4.7 標準偏差の差異をほぼ説明する。これは、私たちあるいは Volkov の計算のどちらかに、明らかな系統誤差が存在していることを示す。

この系統誤差が生じる原因を明らかにするため、解析的な解明を目指すと共に、これら 98 個を HOKUSAI-BW において、格段に統計数を増やして、モンテカルロ数値積分計算を再実行することにした。これら 98 個は、Set V 389 個の中では、比較的、収束が早く、数値積分が容易なもので、HOKUSAI 導入前の RICC で 10 億個程度のサンプル数で

評価したものである。これを、倍精度では 1,000 億個に、4 倍精度計算では 100 億個にモンテカルロのサンプル数を増やした。

また、積分の変数の取り方を全面的に見直し、RICC での積分とは、数値計算としては全く異なる独立なものとして、再計算を行った。

3. 結果

倍精度実数による計算は、比較的、短時間で実行でき、98 個の積分の総和として、

$$57.008 \pm 0.041$$

を得た。これは以前の RICC での結果より -0.798 小さく、つまり、私たちの計算結果が小さくなり、Volkov の結果にほぼ一致する。

ただし、各積分の値の小数点以下 2～3桁目からは、発散の相殺による桁落の影響を無視できないため、この結果は鵜呑みにはできない。

そこで、擬 4 倍精度実数を用いて、98 個を再計算した。まだ、十分なモンテカルロの統計量が得られていないが、98 個の積分の和は、値が小さくなる傾向を示している。

4. まとめ

レプトン $g-2$ の QED 摂動 10 次計算における Set V の数値積分について、他グループとの差異を相互検証する方法を考案、実行した。ファインマン図の特徴に起因した系統誤差があることが判明し、そのうち差異のほとんどを生じさせている特定の 98 個の数値積分を再実行した。決定的なことは未だ言えないが、過去の計算においてサンプル数が少なかったことが系統誤差の一因であるということを示唆する数値結果が出始めている。

5. 今後の計画・展望

擬 4 倍精度実数での数値積分計算の統計量を溜めると共に、くりこみ定数に関する解析的な考察も並行して進める。これにより、近々、Set V 全体の寄与について、より、「正しい」値を決定する。

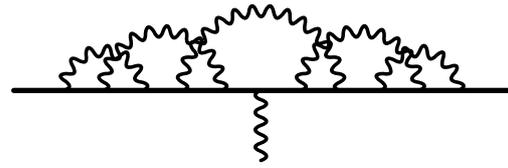


図1 QED 摂動 10 次におけるファインマン 頂点図の一例。
直線が電子、波線が光子を表す。

2021年度 利用研究成果リスト

【雑誌に受理された論文】

[1] “Verification of the QED tenth-order electron $g-2$: Diagrams without a fermion loop”,
A. Hirayama and M. Nio, RIKEN Accel. Prog. Rep. 54 (2021).

【会議の予稿集】

[2] 「電子 $g-2$ の QED 5 ループの寄与の確定に向けて」平山陽(発表者), 仁尾真紀子, 日本物理学会秋季大会 (2021年) 講演概要集, 2023年に J-Stage で公開予定.

【口頭発表】

[3] 「電子 $g-2$ の QED 5 ループの寄与の確定に向けて」平山陽(発表者), 仁尾真紀子, 2021年9月14日, 日本物理学会秋季大会, オンライン, 物理学会素粒子論領域 学生優秀発表賞 受賞.

【招待講演】

[4] “QED calculations of the lepton $g-2$ ”, Makiko Nio, August 4, 2021, joint workshop of the 13th International Workshop on Fundamental Physics Using Atoms and RCNP workshop Fundamental Physics Using Neutron and Atoms, Online.

[5] 「レプトン $g-2$ の物理研究と、その目指すもの」, 仁尾真紀子, 2021年12月4日, 第127回日本物理学会九州支部例会, 特別招待講演, オンライン.