

課題名(タイトル):

電子異常磁気能率を求める多次元数値積分計算の最適化に関する研究

利用者氏名: 平山 陽、○仁尾 真紀子

理研における所属研究室名: 仁科加速器科学研究センター 量子ハドロン物理学研究室

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究では、電磁気学の量子力学である QED (Quantum Electrodynamics) 理論を用いて、電子およびミューオン素粒子単体の磁氣的性質を導き出す数値計算を行った。

電子とミューオンはともに基本電荷 e を持つスピン $1/2$ のフェルミ粒子である。これらの素粒子の磁場中での振る舞いを決めるのはそれぞれの磁気能率で、その大きさをボーア磁子の単位で示す数が g 因子だ。ディラックの相対論的量子力学では $g=2$ と整数値であるが、じっさいには真空の量子的揺らぎにより 2 より 0.1% 程度大きな値を示す。朝永振一郎らによって構成された QED 理論は、このわずかの差 $g-2$ を説明することに成功し、現代の素粒子理論の発展へと繋がった。

現在では、最先端の量子測定技術を駆使した実験により、 $g-2$ は電子では $3/100$ 億、ミューオンでは $4/1000$ 万の精度で測定されている。当然、理論計算にも同程度の精度が要求される。

電子 $g-2$ の測定値は Harvard によって測定されたものが最新値である。現在は、電子の他にその反粒子である陽電子に関する $g-2$ 測定実験が Northwestern に場所を移して進行中だ。電子 $g-2$ の理論値は、電磁気力の結合定数である微細構造定数 α の摂動展開によって得られるべき級数として非常に良い近似が得られる。QED では α による摂動展開の係数を一切の入力パラメタなしに物理原理のみから計算することができる。つまり、実験値が理論の α による摂動展開式に等しいと仮定することで、他の実験観測量を必要とすることなく、 α の値を決めることができる。

2018 年秋に科学技術測定の国際標準単位系である SI の改定が正式決定された。新単位系の発足は 2019 年からだ。改定のなかにはプランク定数を定義化しそれに基づいて質量単位 kg を決定するという歴史的な変更があった。電子 $g-2$ によって決めた微細構造定数 α の値はこのプランク定数の定義値の決定に使用された。また、プランク定数 h の他に基本電荷 e などの値が定義化されることにより、他の多くの測定により決められる物理定数のうちもっとも基本的な量として微細構造定数 α が位置付けられることとなった。

ミューオンの $g-2$ においては、21 世紀初頭での Brookhaven (BNL) での実験が有名である。2021 年夏には米国 Fermilab から新実験の第一報があると言われており、研究者の間で期待が高まっている。CERN-LHC で素粒子標準模型を完成するヒッグス粒子が発見された以外に新たな粒子の発見がない現状では、素粒子標準模型を超える現象として、もっとも確実に強力な候補がミューオン $g-2$ における測定値と理論値の差だと考えられている。日本では理研の先端中間子研究室も参画し、J-PARC での実験準備がすすめられている。

これらの実験観測にたいして、私たちとしては、理論値としての QED $g-2$ の値をより確かに高い精度で決定するための研究を HOKUSAI-BW での数値計算を援用することで実施した。

2. 具体的な利用内容、計算方法

QED の摂動計算のうち電子あるいはミューオンと光子が 10 回相互作用をする摂動 10 次の項が数値計算で求められている。この項は 1 万余のファインマン図で表されるが (図 1 参照)、そのうち、フェルミオンのループを含まない数千個の図の寄与を記述する Set V と呼ぶ 389 個の積分を本研究の対象とする。これらの積分の一個一個が、10 万行程度の被積分関数で構成されており、 $9 \sim 13$ 次元の高次元で定義されている。しかも非常にシャープなピークを積分領域の境界に持つ、数値的な評価が困難な積分である。

2019 年に、私たちの方法とは部分的に異なる手法で Set V の数値計算結果をまとめた論文が Volkov により発表された。それによると、数千個の図の寄与の和として、この結果は、私たちの結果と、符号と一桁目は一致するものの、 4.7 標準偏差ほどずれた値となっている。差の理由は、数値計算の誤差によるものか、あるいは、被積分関数の構成の誤りによるものか、いずれかである。この原因を見究めるための相互検証を行いたい。そこで、Set V を構成するファインマン図の代数的構造を整理し、有限量のみで比較する方法を考案した。これにより、(1) 両者の計算がともに適切なくりこみ計算をおこなっているか、(2) それぞれの数値計算が一致しているか、の 2 点を同時に判定できることが期待され

る。この手法では、QED 摂動 8 次までの頂点関数くりこみ定数の数値を参照するため、これらについて 269 個のモンテカルロ積分を行なう必要がある。この数値積分計算を HOKUSAI-BW で実行した。

3. 結果

上記の方法を採用するにあたって、まず摂動低次の比較的簡易なファインマン図に適用し、非自明な計算について一致することを確認した。そして、摂動 8 次の 269 個のファインマン頂点図からのくりこみ定数については、理研の HOKUSAI-BW を用い全ての数値積分計算を完了した。現在は Set V の代数的構造を順次整理していき、個々のファインマン図について Volkov の結果と私たちの結果を検証している途中である。現在までに検証したファインマン図において、両者の計算手法および数値計算の結果に矛盾がみられることはない。両者の違いを説明する原因は残りの数少ないファイマン図にあるか、あるいは、数値計算の系統誤差にあると予測される。(現在は数値計算の統計誤差しか考慮していない。)しかし、結論は全てのファインマン図の相互検証を終えてから得られると期待される。

4. まとめ

レプトン $g-2$ の QED 摂動 10 次計算における Set V の数値積分について、他グループとの差異を相互検証する方法を考案、導入した。これらのうち準備的な摂動 8 次のくりこみ定数に関する数値計算を HOKUSAI-BW で実行した。代数的な解析と合わせ、両者の差異をファインマン図毎に検証し 389 個の数値計算結果のうち 330 個においては相互に無矛盾であることを確かめた。

5. 今後の計画・展望

今後は Set V の残りのファインマン図についても代数的構造を解析することで、389 個すべての図について検証を遂行する。また、それにより差異の原因を特定し、より信頼度の高い Set V の値を決定する。

私たちと Volkov の計算結果の差異は、現状の電子およびミュオン $g-2$ での理論と実験の比較、および微細構造定数 α の決定に直ちに影響するものではない(図 2 参照)。しかし、電子 $g-2$ では数年内での 10 倍の精度向上が可能であるという。また、微細構造定数 α の決定において、セシウム原子やルビジウム原子を用いた原子干渉法によって、従来より一桁良い値を目指して実験が行われている。これ

らはミュオン $g-2$ においての実験と理論との精度改良を目指すだけでなく、その精度で初めて見える可能性がある素粒子の標準模型を超えた新物理現象の探索を目標としている。そのためには Set V での二つの値の差は必ず解消されなければならない。

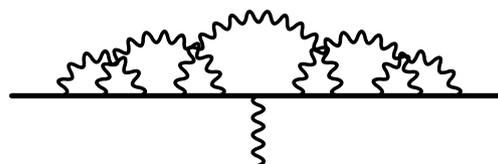


図 1 QED 摂動 10 次におけるファインマン 頂点図の一例。直線が電子、波線が光子を表す。

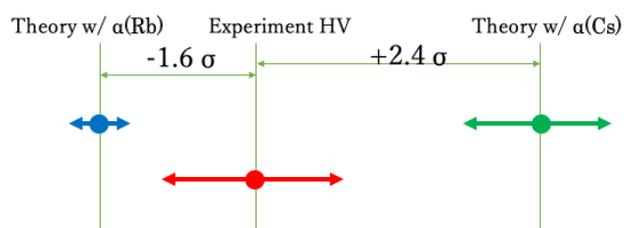


図 2 電子 $g-2$ における実験値と理論値の比較。赤はハーバードによる測定値、緑と青は、それぞれ Cs 原子と Rb 原子を用いて決定した微細構造定数 α を QED 理論で決定したベキ展開級数に代入して求めたもの。QED 摂動 10 次のは、私たちの計算結果を用いている。Volkov の Set V の値を用いると、青と緑の点は、それぞれの不確かさの範囲内で、小さな値を与え、左側に移動する。

2020年度 利用研究成果リスト

【雑誌に受理された論文】

[1] “The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model”, T. Aoyama et al., Phys. Rept. 887 (2020) 1-166. (著者 134名の辞書順列挙).

本論文の著作権は出版社にあるため、別刷の提出はいたしません。

[2] “Verification of the QED tenth-order electron $g-2$: Diagrams without a fermion loop”, A. Hirayama and M. Nio, submitted to RIKEN Accelerator Progress Report, Vol. 54 (2020).

【会議の予稿集】

「電子 $g-2$ の QED 摂動 10 次計算の検証について」、平山陽 (発表者)、仁尾真紀子、日本物理学会第 76 回 年次大会(2021 年) 講演概要集.

【口頭発表】

[1] “On determination of the fine-structure constant: Electron $g-2$ and Atomic interferometers”, M. Nio, December 9, 2020, 21th-Collabolation meeting of Muon $g-2$ /EDM experiment co-organized as a KEK Theory seminar and a J-PARC Particle-Nuclear physics seminar.

[2] 「電子 $g-2$ の QED 摂動 10 次計算の検証について」、平山陽 (発表者)、仁尾真紀子、日本物理学会 2021 年 3 月 14 日.