

課題名(タイトル):

電子異常磁気能率を求める多次元数値積分計算の最適化に関する研究

利用者氏名: 仁尾 真紀子

理研における所属研究室名: 仁科加速器科学研究センター 量子ハドロン物理学研究室

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究では、電磁気学の量子力学である QED (Quantum Electrodynamics) 理論を用いて、電子およびミューオン素粒子単体の磁氣的性質を導き出す数値計算を行った。

電子とミューオンはともに基本電荷 e を持つスピン $1/2$ のフェルミ粒子である。これらの素粒子の磁場中での振る舞いを決めるのはそれぞれの磁気能率で、その大きさをボーア磁子の単位で示す数が g 因子だ。ディラックの相対論的量子力学では $g=2$ と整数値であるが、じっさいには真空の量子的揺らぎにより 2 より 0.1% 程度大きな値を示す。朝永振一郎らによって構成された QED 理論はこのわずかの差 $g-2$ を説明することに成功し、現代の素粒子理論の発展へと繋がった。

現在では、最先端の量子測定技術を駆使した実験により、 $g-2$ は電子では $3/100$ 億、ミューオンでは $4/1000$ 万の精度で測定されている。当然、理論計算にも同程度の精度が要求される。

電子 $g-2$ の測定値は Harvard によって測定されたものが最新値である。現在は、電子の他にその反粒子である陽電子に関する $g-2$ 測定実験が Northwestern に場所を移して進行中だ。電子 $g-2$ の理論値は、電磁気力の結合定数である微細構造定数 α の摂動展開によって得られるべき級数として非常に良い近似が得られる。QED では α による摂動展開の係数を一切の入力パラメタなしに物理原理のみから計算することができる。つまり、実験値が理論の α による摂動展開式に等しいと仮定することで、他の実験観測量を必要とすることなく、 α の値を決めることができる。

2018 年秋に科学技術測定の国際標準単位系である SI の改定が正式決定された。新単位系の発足は 2019 年からだ。改定のなかにはプランク定数を定義化しそれに基づいて質量単位 kg を決定するという歴史的な変更があった。電子 $g-2$ によって決めた微細構造定数 α の値はこのプランク定数の定義値の決定に使用された。また、プランク定数 h の他に基本電荷 e などの値が厳密化されることにより、他の多くの測定により決められる物理定数のうちもっとも基本的な量として微細構造定数 α が位置付けられることとなった。

ミューオンの $g-2$ においては、21 世紀初頭での Brookhaven (BNL) での実験が有名である。2020 年初頭には米国 Fermilab から新実験の第一報があると言われており、研究者の間で期待が高まっている。CERN LHC で素粒子標準模型を完成するヒッグス粒子が発見された以外に新たな粒子の発見がない現状では、素粒子標準模型を超える現象として、もっとも確実に強力な候補がミューオン $g-2$ における測定値と理論値の差だと考えられている。日本では理研の先端中間子研究室も参画し、J-PARC での実験準備がすすめられている。

これらの実験観測にたいして、理論値としての QED $g-2$ の値を求める数値計算を実行する。

2. 具体的な利用内容、計算方法

QED の摂動計算のうち電子あるいはミューオンと光子が 10 回相互作用をする摂動 10 次の項の数値計算を行う。この項は 1 万余のファインマン図で表されるが、そのうち、フェルミオンのループを含まない数千個の図の寄与を記述する Set V と呼ぶ 389 個の積分を本研究の対象とする。これらの積分の一個一個が、10 万行程度の被積分関数で構成されており、 $9 \sim 13$ 次元の高次元で定義されている。しかも非常にシャープなピークを積分領域の境界に持つ、数値的な評価が困難な積分である。本年度は、Set V を構成する 389 個の積分についてのモンテカルロ積分計算の継続を行った。モンテカルロ法による積分点のサンプル抽出において統計量を増やすことで、積分値の精度を改良した。私たちの計算結果は、将来の $g-2$ 実験や微細構造定数の改良に十分見合う精度の値となった。

3. 結果

2019 年 3 月に、私たちの方法とは類似点が多いが相異なる方法を採用した Set V に関する数値計算結果の速報が Volkov により発表され、詳細論文が 2019 年秋に出版された。それによると、数千個の図の寄与の和として、この結果は、私たちの結果と符号と一桁目は一致するものの、4 標準偏差ほどずれた値となっている。この差は、現状の電子およびミューオン $g-2$ での理論と実験の比較、および微細

構造定数 α の決定に直ちに影響するものではない。しかし、電子 $g-2$ では数年内での10倍の精度向上が可能であるという。また、微細構造定数 α の決定において、電子 $g-2$ とは別に、セシウム原子を用いた方法によって、従来より一桁良い値を目指して実験が行われている。これらはただ精度改良を目指すだけでなく、その精度で初めて見える可能性がある素粒子の標準模型を超えた新物理現象の探索を目標としている。そのためには SetV での二つの値の差は必ず解消されなければならない。

Volkov との SetV の値の差異は、未だ、明らかでない。本年度は私たちの積分計算を継続し精度改良に努めたが、その計算の結果で差異は解消しなかった。私たちの場合で 389 個、Volkov の場合は 3000 個近くの積分計算の和であり、差異の原因を明らかにすることは容易ではない。どちらもファインマン図をいくつかとりまとめることで値を得ているのだが、その切り分け方が全く違うので、部分ごとの相互比較検証も自明ではない。

本年は、まず、Volkov の数値計算方法を理解し、それを私たちの積分に応用することを企画した。この方法はファインマン図の特徴を利用して被積分関数の最適化を行うもので、そのパラメタの決定には低次の数値計算の実行結果と解析解との差異を見ることで、経験的に決められている。本年度中にこのパラメタ決定のための数値計算プログラムの準備が間に合わず、この方面からの検証的数値計算は行わなかった。

4. まとめ

レプトン $g-2$ の QED 摂動10次における SetV の数値積分計算を行った。値は将来の実験精度にも見合う十分な精度に達した。一方、他グループによる計算結果との差異は解消せず、その原因を突き止め、明らかにすることもできなかった。

5. 今後の計画・展望

私たちの SetV の数値計算プログラムによる従来のモンテカルロ積分計算は、これまでに十分な精度に到達した。よって、本年度の最終結果、大規模計算は一旦停止する。

Volkov の計算結果と、SetV の相互検証をとる方法を考案しなければならない。Volkov の計算をそのまま再現することは、計算量からみて現実的ではないので、SetV の一部分を抽出して相互検証を行うことを考える。これまでに同様の手法を簡単なケースで行ったことはあるが、SetV はファイン

マン図の構造がはるかに複雑で難しい。系統的に代数計算プログラムを組んで実行することで対応関係を明白にできるであろうと考えている。これは PC 上で行う計算である。二つの計算方法を繋ぐためには、新たな数値積分計算も必要となるが、これは比較的小さなサイズの積分となるはずで、大規模数値計算は当面必要としない。理研のスパコン利用は、簡易利用で行う予定である。

2019 年度 利用研究成果リスト

【雑誌に受理された論文】

[1] “Theory of the Anomalous Magnetic Moment of the Electron”, T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita, and, M. Nio, *Atoms* 7 (2019)1, 28. DOI: 10.3390/atoms7010028 .

【口頭発表】

[1] “Higher-order QED contributions to the lepton anomalous magnetic moments”, Makiko Nio, invited talk, Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research (ACAT2019), March 11–15, 2019, Saas-Fee, Switzerland.

[2] “Higher-order QED contributions to the electron $g-2$: Numerical approach”, Makiko Nio, invited talk, Seminar, June 4, 2019, Center for Fundamental Physics with Tabletop Experiments, Northwestern University, USA.

[3] “Penning Trap Experiments for Precision Physics”, Makiko Nio, talk, International workshop on “New developments for Muon precision physics”, November 27–29, 2019, KEK, Tsukuba, Ibaraki, Japan.