

課題名 (タイトル) :

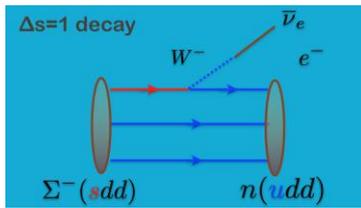
格子 QCD 計算に基づくハイペロン  $\beta$  崩壊の研究

利用者氏名 : 佐々木 勝一

所属 : 初田量子ハドロン物理研究室

## 1. 本課題の研究の背景、目的

ハイペロン  $\beta$  崩壊とは、バリオン 8 重項 (ハイペロン) の弱い相互作用によるセミレプトニック崩壊 ( $B \rightarrow b\bar{l}\nu$ ) のことで、中性子ベータ崩壊はその一部を成す。



ハイペロン  $\beta$  崩壊は現象論的に「カビボ-小林-益川 (CKM) 行列のユニタリティの問題」や「陽子スピン問題」と関連して重要であるにも関わらず、ハイペロン  $\beta$  崩壊におけるフレーバー SU(3) の破れの構造が理論的不定性なく理解されているとは言い難い。

格子 QCD 数値解析によるハイペロン  $\beta$  崩壊の研究は歴史が浅く、利用者らによる Domain Wall Fermion (DWF) の定式化を用い、動的クォークを無視したクエンチ近似での  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊の研究 (参考文献[1]) と、イタリアのグループで行われた、改良された Wilson 作用による、同じくクエンチ近似での  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊の研究 (参考文献[2]) の 2 研究によりスタートした。

新たに利用者によって、より現実的なフレーバー SU(3) の破れを厳密に取り入れた DWF による動的格子 QCD 数値解析が、 $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊と  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊の 2 つのチャンネルに対して為された。(参考文献[3]) その計算結果から、ハイペロン  $\beta$  崩壊の Dirac 形状因子の零運動量移行での値、ベクトル結合  $f_1(0)$  が、フレーバー SU(3) 対称性を厳密に課した場合の値に比べて、2-3%程度小さくなるのが模型に依らない第一原理計算として始めて示された。この  $f_1(0)$  の値は CKM 行列要素の一つである  $V_{us}$  の決定にかかせない。何故ならば、実験的には  $|V_{us}f_1(0)|$  が直接観測可能であって、理論による  $f_1(0)$  の値を知ることなしに  $V_{us}$  の大きさを知ることはできないからである。

もしフレーバー SU(3) 対称性の破れがなければ、こ

の  $f_1(0)$  の値は SU(3) 群のクレブシュ・ゴールドン係数で決まるが、実際にはフレーバー SU(3) 対称性は破れており、その破れの効果がどのように  $f_1(0)$  に現れるかは、CKM 行列要素のユニタリティの検証に必要な情報として、近年精力的に研究され始めている。

現在、参考文献[3]の格子 QCD 計算の  $f_1(0)$  の値に CKM 行列要素のユニタリティを仮定した場合に得られる  $(V_{us})^{\text{unitarity}}$  を組み合わせた  $|V_{us}f_1(0)|$  に対する理論予測値と、実際のハイペロン  $\beta$  崩壊の実験で測られたものを直接比較することが可能となった。 $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊では実験値の  $|V_{us}f_1(0)|$  が大きなエラーであるのも理由の一つであるが、理論予想値と実験値はエラーの範囲内で等しくなっている。一方、 $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊では  $2\sigma$  程度ではあるが、両者が一致しないことが明らかとなった。(表 1 参照)

$ V_{us}\tilde{f}_1(0) $	Experiment	Unitarity + Lattice
$\Sigma \rightarrow n$	0.2282(49)	0.2186(8) $V_{us}(24)f_1$
$\Lambda \rightarrow p$	0.2221(33)	n/a
$\Xi \rightarrow \Lambda$	0.2367(97)	n/a
$\Xi \rightarrow \Sigma$	0.209(27)	0.2194(8) $V_{us}(15)f_1$

この不一致が CKM 行列のユニタリティの破れを直接意味しているか否かさらなる研究が必要である。こうした状況を踏まえて、これまでの研究において未だ評価できていない「格子間隔依存性による系統誤差」の評価が急務となっている。そこで、本研究課題においては、格子間隔の異なる格子 QCD 計算を遂行し、残された有限な格子間隔による系統誤差とより詳細なカイラル外挿に伴う系統誤差の評価を行なう。そのことによって、実際のベクトル結合  $f_1(0)$  とクレブシュ・ゴールドン係数による  $f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  の値との比  $f_1(0)/f_1(0)_{\text{SU}(3)}$  に対する理論的不定性の問題の完全解決が成し遂げられるとともに、上記の理論予想と実験の不一致の由来として、これまで無視されてきたハイペロン  $\beta$  崩壊における複雑なフレーバー SU(3) の破れの構造を明らかにしたい。

## 2. 具体的な利用内容、計算方法

理研BNL研究センターを中心とする、格子プロジェクトチーム(RBC-UKQCD collaboration)により、これまでにストレンジクォークを含めた、現実の世界により近い3種類の動的クォークの自由度を厳密に取り扱ったDWFの定式化を用いた格子QCD数値計算が行なわれてきており、そこで蓄積された格子QCDゲージ配位が国内外の格子QCD研究者へ無償公開されている。(参考文献[4]と[5]を参照)

すでに公開済みのDWFによる 2+1フレーバー格子QCDゲージ配位のうち、粗い格子間隔0.12 fm(その逆数が1.7 GeV)を利用した計算結果については、参考文献[3]においてまとめられ、より細かい格子間隔0.09 fm(その逆数が2.3GeV程度)の2+1フレーバー格子QCDゲージ配位を利用した研究については、昨年度のRICC一般利用から本格スタートし、本年度においても継続してその数値計算を遂行した。

一般公開されている格子QCDゲージ配位を利用した研究のため、格子QCDゲージ配位の生成を行う必要はなく、計算規模は軽いクォークの動的効果を見逃したクエンチ近似と同程度の計算規模となるが、DWF(形式的には Wilson Fermion の5次元時空への拡張に対応する)による数値解析を試みる点で、Wilson Fermion の場合にかかる計算コスト(演算能力・メモリ容量)に対し5次元方向の格子数(典型的には10-20必要)倍だけの計算コストがかかる。ただし、この計算コストは、Wilson Fermion では持つことのできない、有限格子間隔上での優れたカイラル対称性を DWF が保持するという長所によって、計算コストに見合うだけの利点がある。

## 参考文献

- [1] S. Sasaki and T. Yamazaki, Phys. Rev. D79 (2009) 074508.  
 [2] D. Guadagnoli, V. Lubicz, M. Papinutto, S. Imula, Nucl. Phys. B761 (2007) 63-91.  
 [3] S. Sasaki, Phys. Rev. D86 (2012) 114502.  
 [4] C. Allton et al., [RBC-UKQCD Collaboration], Phys. Rev. D78 (2008) 114509.  
 [5] Y. Aoki et al., [RBC-UKQCD Collaboration], Phys. Rev. D83 (2011) 074508.

## 3. 結果

格子 QCD 数値計算では以下で定義されるスカラー型の形状因子に対して3元運動量移行が零の極限での値を精密に計算することができる。

$$f_S(q^2) = f_1(q^2) + \frac{q^2}{M_B^2 - M_b^2} f_3(q^2)$$

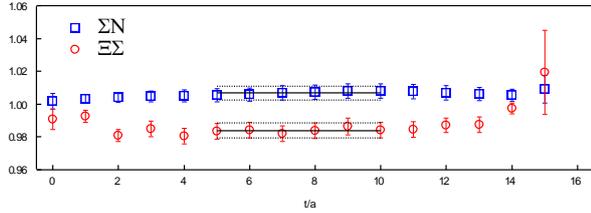
この形状因子は、実際に計算したい Dirac 形状因子  $f_1(q^2)$  と、ベクトルカレントに付随する別のタイプの形状因子  $f_3(q^2)$  の線形結合になっている。ここで、 $f_3(q^2)$  はワインバーグによって理論的に予言された第二種形状因子の一つで、フレーバーSU(3)対称性の中のSU(2)部分対称性(iso-spin 対称性、U-spin 対称性、V-spin 対称性)が破れた場合のみ現れる。 $\Delta S = 1$  のハイペロン  $\beta$  崩壊においてはd-クォークとs-クォークの質量の違いで V-spin 対称性が明白に破れているため、 $f_3(q^2)$  は有限な値を持たざるを得ない。ここで、スカラー型の形状因子が4元運動量移行の零極限( $q^2=0$ )では  $f_S(0) = f_1(0)$  となる性質は有用である。実際の計算では、3元運動量移行が零の3点関数を使って、以下のような3点関数の2重比

$$R(t) = \frac{\langle B | \bar{s} \gamma_0 u | b \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 s | B \rangle}{\langle B | \bar{s} \gamma_0 s | B \rangle \langle b | \bar{u} \gamma_0 u | b \rangle} \rightarrow |f_S(q_{\max}^2)|^2$$

を計算する。この3点関数の2重比から3元運動量移行が零での形状因子の値  $f_S(q_{\max})$  が精密に計算できる。右辺の引数  $t$  はベクトルカレント演算子を始状態  $B$  の生成演算子と終状態  $b$  の消滅演算子の間のどの時間(ただし、ユークリッドの虚時間)  $t$  に挿入したかを示すもので、その挿入箇所が十分に  $B$  および  $b$  状態の演算子から離れているとみなせれば、3点関数の2重比から変数  $t$  に依存しない定数としてスカラー位相因子の自乗の値を読み取ることができる。 $q_{\max}$  は3元運動量移行が零のときの4元運動量の値で、 $(q_{\max}^2)^2 = -(M_B - M_b)^2$  のように始状態と終状態の静止質量の差の自乗で決まる。始状態と終状態が異なる質量のとき3元運動量移行が零でも4元運動量移行が零にならないのは、始状態と終状態の質量差に依る反跳効果に由来する。

次図は、縦軸に前述の3点関数の2重比の2乗根、つまり、 $f_S(q_{\max})$  の絶対値に対応し、横軸はベクトルカレント演算子を始状態  $B$  の生成演算子( $t=0$ )と終状態  $b$  の消滅演算子( $t=15$ )間に挿入したベクトルカレントの虚時間位置  $t$  に対する依存性を示したも

のである。変数  $t$  が5から10の間では値に変化がなく、そこから  $f_S(q_{\max})$  の絶対値の値を読み取ることが可能となる。

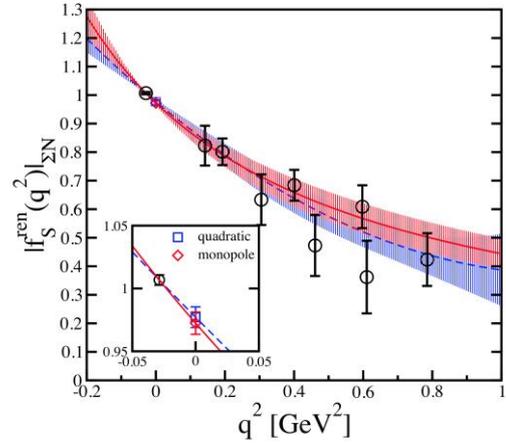


$\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊と  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊、これらのチャンネルに対応するベクトル結合  $f_1(0)$  はフレーバー SU(3) 対称性があれば強い相互作用からの量子効果を受けず、SU(3) 代数の構造定数に支配される。厳密にフレーバー SU(3) 対称性があれば、それぞれ  $f_1(0)_{\Sigma n} = -1$  と  $f_1(0)_{\Xi \Sigma} = +1$  になるため、フレーバー SU(3) 対称性の破れは、3点関数の2重比が1からずれることによって精度よく読み取ることができる。ただし、観測したフレーバー SU(3) 対称性の破れは3つの異なる効果: (i) 質量差による反跳効果による4元運動量移行の零極限 ( $q^2=0$ ) からのずれ、(ii) 第二種の形状因子  $f_3(q^2)$  の存在、(iii)  $f_1(q^2)$  に対する真のフレーバー SU(3) の破れの効果、それぞれの帰結として現れる。本研究の目的は (iii) の効果のみを評価することなので、(i) と (ii) の余分な効果を落とすために  $f_S(0) = f_1(0)$  の性質を利用する。

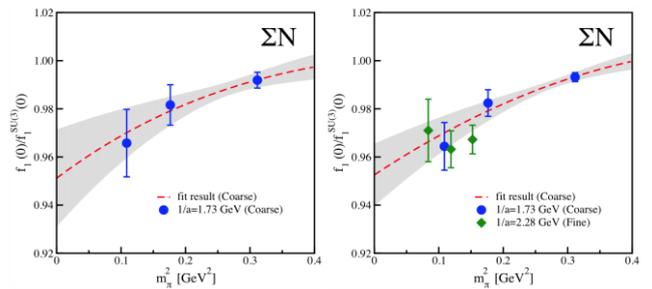
上図では、3元運動量移行がゼロにおいて  $q^2=(q_{\max})^2$  となる  $q^2$  が負の領域における形状因子  $f_S(q^2)$  の値が求まったことに対応するが、 $f_S(q^2)$  を零でない3元運動量の場合 ( $q^2$  が正の領域) についても計算することで形状因子  $f_S(q^2)$  の  $q^2$  依存性を考察し、 $q^2 = 0$  に内挿することを試みる。この研究では、零でない3元運動量移行には  $2\pi/L$  を単位として  $\mathbf{q} = (1, 0, 0)$ ,  $(1, 1, 0)$ ,  $(1, 1, 1)$ ,  $(2, 0, 0)$  の4つの3元運動量を用いて計算を行なった。これら4つの3元運動量と  $B \rightarrow b$  の時間反転プロセス、 $b \rightarrow B$  も同時に計算することで、 $q^2$  が正の領域において8つの  $f_S(q^2)$  の値が得られる。下記の図は  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊のスカラー形状因子の  $f_S(q^2)$  の  $q^2$  依存性と  $q^2 = 0$  に内挿による  $f_S(0) = f_1(0)$  の評価の様子である。

内挿点はフィットの型には強く依存せず、エラーの範囲内で一致した結果が得られることが判る。これは、 $q^2=(q_{\max})^2$  におけるスカラー形状因子の  $f_S(q_{\max})$  が他の4元運動量移行の計算よりも遥かに精度よく

計算できていることと、 $q^2=(q_{\max})^2$  が  $q^2 = 0$  のごく近傍であるためである。



平成26年度のRICCの利用と他機関の計算機資源も利用してより、先行研究(参考文献[1], [2], [3])と同様、 $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊と  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊の2つのハイペロン  $\beta$  崩壊についての数値解析を行った。本年度は、格子間隔0.09fm、格子点の数が4次元時空に対して  $32^3 \times 64$  格子サイズで、アップ(ダウン)クォークの質量が  $\pi$  中間子質量換算で昨年度のものよりもさらに軽い、290 MeVと345 MeV相当の2種類の2+1フレーバー格子QCDゲージ配位上で遂行した。また、文献[3]の格子間隔0.12fm上での計算結果に対しても2倍相当の統計量を増やすことに成功した。



上図の左は文献[3]のみのデータの図であるのに対して、右図は、それに本年度中の RICC の利用により2倍程度統計を追加した計算(青い●)を図示している。点線のカーブは格子間隔0.12fmで計算された新しい結果に対して改めてカイラル外挿したものであり、統計が増えたことにより、左図に比べ、より物理点でのベクトル結合  $f_1(0)$  の値の精度が僅かではあるが良くなったことがわかる。また、右図においては、本年度中に終了したより細かい格子間隔0.09 fm

上での数値計算（緑の◆）も含めてあり、これまでの粗い格子間隔 (0.09fm) の計算結果（青い●）と合わせて良いスケールリングが確認できた。このことは格子間隔依存性が充分小さいことを示している。

#### 4. まとめ

平成 26 年度の RICC の利用と他機関の計算機資源を併用して、より細かい格子間隔 0.09fm（その逆数が 2.3 GeV 程度）、格子点の数が 4 次元時空に対して  $32^3 \times 64$  格子サイズで、昨年度から継続して行なって来た、 $\pi$  中間子質量が 295 と 350 MeV 相当の数値計算について完了させた。現在、連続極限も考慮した最終的な解析を進めているところであるが、文献[3]で指摘された、 $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊における理論値と実験値の  $2\sigma$  程度の不一致が有限格子間隔に伴う系統誤差によるものである可能性は低いものと結論付けられる。

#### 5. 今後の計画・展望

現状では推論の域を出ていないが、文献[3]で指摘していた理論値と実験値の不一致の由来を次のように考えることができる。

実験値  $|V_{us}f_1(0)|$  を評価する際に、これまでハイペロン  $\beta$  崩壊におけるフレーバー SU(3) の破れの効果（ハイペロン間の質量差からおおよそ 10%程度と見積もられる）に伴う、第二種形状因子  $g_2$  の存在を無視した解析（現状の実験ではゼロと統計誤差の範囲で無矛盾とされている）が行なわれている。

まずハイペロンはスピン 1/2 の粒子のため、ハイペロン  $\beta$  崩壊が K 中間子セミレプトニック崩壊と同じセミレプトニック型であっても、その解析にはスピン偏極に伴う擬ベクトルチャンネルの形状因子の情報が必要となる。このスピン偏極に伴う非対称度は擬ベクトル形状因子  $g_1$  を測定することに相当するが、その大きさを実験的に決める際に、フレーバー SU(3) 対称性を仮定、つまり第二種形状因子  $g_2$  をゼロとして解析されているのが現状である。

この点を考慮すると、現状での理論値と実験値の不一致が CKM 行列のユニタリティが破れている結果と結論するのは早計で、実験の解析で考慮されていないゼロでない第二種形状因子  $g_2$  の存在を指し示していると考えの方がもっともらしい。

そこで、本年度からすでに計算を始めてはいるが、今後は  $\Sigma^- \rightarrow n$  崩壊と  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$  崩壊の擬ベクトルチャンネルについても数値計算を拡大し、ハイペロン  $\beta$  崩壊の擬ベクトル形状因子  $g_1(q^2)$  やフレーバー SU(3) の破れの直接の帰結となる第二種形状因子  $g_2(q^2)$  など、「陽子スピン問題」とも強く関連する形状因子についても研究対象を広げる必要がある。

特に、後者の第二種形状因子  $g_2(q^2)$  の 4 元運動量移行の零極限での有限値は、 $|V_{us}f_1(0)|$  の実験値と理論予想値の食い違いが CKM のユニタリティの破れを示唆するものでないことを示す直接的な証拠となるため、早急に評価する必要がある。

また、アップとダウンクォークの質量が等しいとする、iso-spin 対称性がある場合にはハイペロン  $\beta$  崩壊は 4 つの独立なチャンネルに分類されるが、そのうちの  $\Xi \rightarrow \Sigma$  と  $\Sigma \rightarrow n$  の 2 つの崩壊チャンネルについてのみ格子 QCD による研究が行われてきた。今後は、ハイペロン  $\beta$  崩壊の「チャンネル依存性」を評価するために、新たに  $\Lambda \rightarrow p$  や  $\Xi \rightarrow \Lambda$  など  $\Lambda$  粒子が絡むハイペロン  $\beta$  崩壊にも着手したい。

平成 26 年度 RICC 利用研究成果リスト

**【国際会議、学会などでの口頭発表】**

CCS-BNL LGT 2015

International Workshop "CCS-BNL LGT 2015",

CCS, Univ. of Tsukuba, Mar. 12-13, 2015

Shoichi Sasaki, "Hyperon beta decays from 2+1 flavor dynamical DWF lattice QCD"

日本物理学会第 70 回年次大会

平成 27 年 3 月 21-24 日、早稲田大学、早稲田キャンパス

佐々木勝一、「格子 QCD 計算によるハイペロン  $\beta$  崩壊の第二種形状因子の評価」