

課題名 (タイトル) :

中性 B メソン混合と崩壊定数の高精度計算

利用者氏名 : ○青木 保道, 石川 智己, 出渕 卓

所属 : 理研 BNL 研究センター 計算物理研究グループ

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

CP(粒子-反粒子の対称性)の破れ、は小林-益川理論を要素となす素粒子標準模型の特筆すべき性質で、特にその帰結である重い中性 B 中間子とその反粒子へ転換する頻度は KEK B ファクトリー他の加速器実験で 1%未満という高精度で求められている。この実験結果と理論計算とを組み合わせる標準模型の基本パラメタである小林-益川行列要素を求めることができる。そのために必要な中性 B 中間子混合行列要素と崩壊定数は摂動計算では得ることの出来ない非摂動的な量であり、現在のところ格子 QCD による数値計算が唯一の方法である。本研究ではこの格子 QCD を用いた混合行列要素と崩壊定数の高精度計算を行う。それにより、B 中間子をプローブとした標準模型の精密検証を目指す。

2. 具体的な利用内容、計算方法

上述の物理量の高精度計算には QCD の複雑なダイナミクスをもれなく取り込むことが可能な格子 QCD による第一原理数値計算が必要になる。さらに標準模型の特性から特に連続理論の QCD の持つカイラル対称性をよく保つ格子理論を使う必要がある。その要請を満たすべく、ドメインウォールフェルミオンを軽いクォークに用いる。重いクォークを格子上で直接的に取り扱うのは現在の計算機性能では不可能であるので、b クォークは格子上の重クォーク有効理論を用いる。QCD 真空配位は RBC/UKQCD コラボレーションが作成し公開されているものを用い、必要な 2 点、3 点グリーン関数の計算を RICC 上で行い、行列要素を計算する。格子 QCD の計算結果から格子間隔ゼロの極限を得るために必要な 2 つの格子間隔で計算を完了させ、中性 B 中間子混合行列要素と

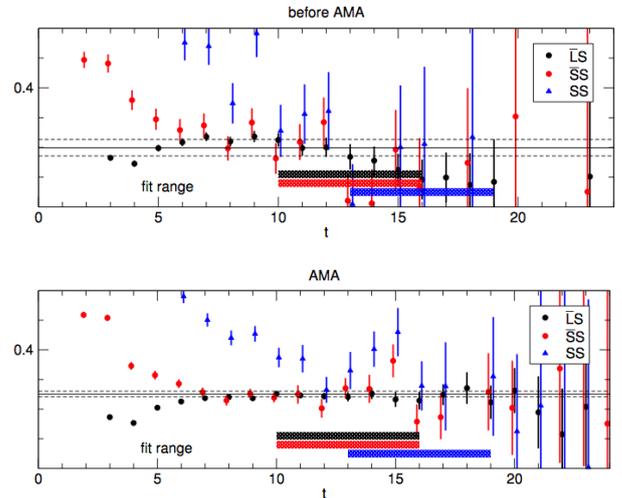


図 1 2 点相関関数(有効質量)の比較(細かい格子のケー
ジ配位で最も軽い軽クォーク質量パラメタ)。上
は AMA を使う以前、下は AMA を使ったもの。

崩壊定数の連続極限での精密値を求める。

3. 結果

昨年度までにプロジェクトの第一段階の計算は完了した。2 つの格子間隔($\sim 0.11\text{fm}$ (24c)、 0.086fm (32c))での 2 点・3 点相関関数の計算は全て終了し、そのデータ用いて連続極限を取った。得られた結果は間もなく論文として発表予定である。本年度は全モード近似 (AMA) と呼ばれる低モード平均法 (LMA) に似た計算手法を用い統計誤差の改善を試みた。AMA あるいは LMA は次の自明な恒等式からスタートする。

$$O = O - O_{\text{approx}} + O_{\text{approx}}$$

ここで O はある作用素、 O_{approx} はその近似とする。ここで空間並進 (G) をさせた O_{approx} を O_{approx}^G と書くと並進は系が持っている対称性なので近似作用素の期待値に関して次のことが言える。

$$\langle O_{\text{approx}} \rangle = \langle O_{\text{approx}}^G \rangle = \frac{1}{N_G} \sum_G \langle O_{\text{approx}}^G \rangle.$$

右辺は並進させた N_G 個の近似作用素の平均である。つまり、

$$O_{\text{imp}} = O - O_{\text{approx}} + \frac{1}{N_G} \sum_G O_{\text{approx}}^G$$

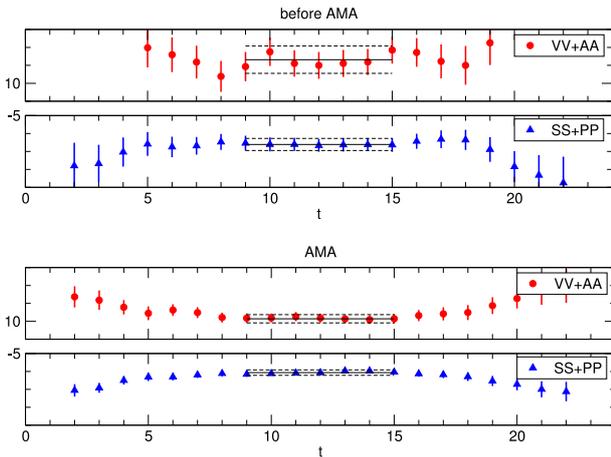
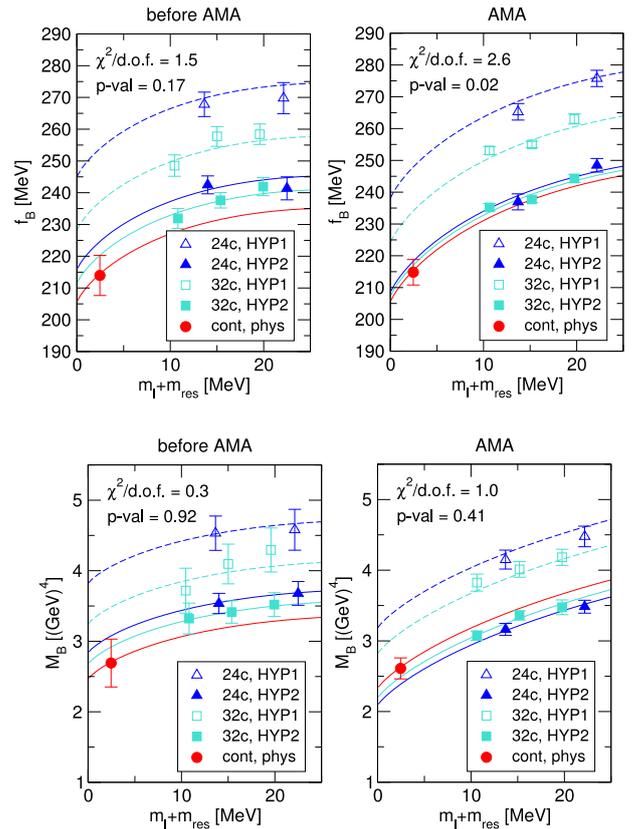


図 2 3 点相関関数の比較(細かい格子のケージ配位で最も軽い軽クォーク質量パラメータ)。上は AMA を使う以前、下は AMA を使ったもの。

は作用素 0 のバイアスのない改良作用素となっている。相関関数を計算する場合、LMA では近似として低モード近似を用い AMA ではクォーク伝搬関数の計算に収束条件を緩めた解法を使う(実際には AMA は LMA も含んでいる)。近似の度合いが良く、また並進させた作用素同士の相関が小さい場合は実質独立な N_0 個の起点を置いた相関関数の計算となっている。通常の直接的な N_0 個の起点を置いた相関関数との違いは近似計算を用いているために圧倒的に計算コストが小さいところである。ここで、この AMA 法の成功の鍵となるテクニックとして deflation 法についても述べておきたい。格子 QCD における計算の大部分はディラック作用素行列の逆を解くことにある。この際、行列の低モードの固有値・固有ベクトルを求めておき、それを使って行列の低モード部分を再現、残りのモード部分を通常の共役勾配法により解くことにより解法の高速度化が実現される。固有値問題を解くこと自体ある程度の計算コストを要するが、一旦固有値・固有ベクトルが得られてしまえばそれは異なる起点の相関関数を得る際に共通して使える。よって起点の数を増やせば増やす程 deflation の利得は大きくなる。また、低モードを固有値・固有ベクトルを使って再現することにより、AMA における近似を良くする効果がある。このように AMA は deflation と非常に相性が良い。図 1 に 2 点相関関数(有効質量)、図 2 に 3 点相関関数の AMA 使用以



前、使用後の比較を示す。ここでの AMA 使用前の

図 3 B 中間子崩壊定数と混合行列要素のカイラル及び連続極限外挿の比較。b クォーク作用において 2 種類のゲージ・リンク・スメアリング(HYP1, HYP2)を課している。赤色が連続極限。

計算では実際には deflation を使用しなかったが仮に使用した場合、AMA 以前と AMA の計算コストはほぼ同等である。(実際の AMA 計算コストは AMA 以前の半分以下で済んでいる。) AMA を使った結果は明らかに統計誤差において大きな改善がみられる。それは特に 3 点関数で顕著である。

4. まとめ

AMA 法使用以前の段階で統計誤差は崩壊定数で 3%、混合行列要素で 12%程度であった。これが AMA によりそれぞれ 2%、5%程度まで落ちた。また中性 B 中間子混合において重要な量である SU(3)フレーバー対称性の破れのパラメータ ξ においては統計誤差は 3%から 1%程度になる。本研究のような重クォーク有効理論を用いた数値計算では従来シグナルの悪さが問題の一つであったが、AMA 法はこの問題に対して大きな改善を与える。

5. 今後の計画・展望

ξ や B 中間子崩壊定数の比は、B 中間子中の軽いクォーク要素を d 、 s と取った場合の QCD 行列要素の比として定義される。比を取る事により様々な系統誤差ならびに統計誤差が相殺されることが精密な結果を導き、従って、小林-益川行列要素の精密決定に役立てる事が出来る。一方、比を取る前の QCD 行列要素は、小林-益川行列要素の違う側面からの精密決定、したがって、惹いては、標準模型の精密検証に重要であるが、統計誤差、系統誤差(特に重クォーク質量の逆数の一次と、演算子くりこみの誤差)ともに大きくなる。しかしながら、統計誤差、あるいは、くりこみの誤差を十分抑える事が出来れば、他のアプローチ(チャームクォーク質量付近での有効理論によらない直接計算など)との組み合わせで、精密結果を導く際のアンカーポイントという重要な役割を担う事ができる。本年度は本計算の統計誤差を改善する観点から全モード近似(AMA)と呼ばれる新たな計算手法を用いた。AMA を使ったものは従来のものに比べて計算コスト的に半分未満にもかかわらず、シグナルの大幅な改善が見られる。来年度は引き続きこの AMA を用いて現在の計算の拡張しつつ、演算子の非摂動くりこみの手法の開発により、くりこみの誤差も抑える。また物理的パイ中間子質量点でのシミュレーションにより、カイラル外挿不定性も取り除く。

平成 25 年度 RICC 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

【国際会議などの予稿集、proceeding】

T. Ishikawa, Y. Aoki, T. Izubuchi, C. Lehner and A. Soni, "Neutral B meson mixing with static heavy and domain-wall light quarks," PoS(LATTICE 2013)410 [arXiv:1312.1010 [hep-lat]].

【国際会議、学会などでの口頭発表】

"Neutral B meson mixing with static heavy and domain-wall light quarks", Tomomi Ishikawa et.al., 31st International Symposium on Lattice Field Theory - LATTICE 2013, Mainz, Germany, July 29 - August 3, 2013.

【その他】