

課題名 (タイトル) :

Complex Langevin dynamics in a random matrix model

利用者氏名 : ○佐野 崇*, 藤井 宏次**

所属 : * 和光研究所 仁科加速器研究センター 理論研究部門 初田量子ハドロン物理学研究室

** 和光研究所 仁科加速器研究センター 素粒子物性研究部門 延與放射線研究室

1. 本課題の研究の背景

量子色力学 (QCD) のカラーの閉じ込めやカイラル対称性の自発的な破れの観点から、その有限温度密度相構造の解明は長く物理学における基本的な研究課題の一つである。QCD の分配関数を経路積分表示して格子上に定義した格子 QCD について、有限温度条件では importance sampling を用いた数値計算が、状態方程式や秩序変数、その揺らぎの非摂動的な研究方法として、精力的に用いられている。ところが、有限密度条件を表すためにバリオン (クォーク) 数化学ポテンシャルを導入して大分配関数を経路積分表示すると、作用が複素数になり統計力学サンプリングを実行不可能になる (符号問題)。近年では小さな化学ポテンシャルについてテイラー展開を用いるなどして密度効果を研究する試みがあるが、符号問題の解決策はない。特に低温高密度の相構造を明らかにするためには、符号問題の本質的な解決が切望されている。

我々は符号問題に対する非摂動的アプローチとして複素ランジュバン方程式 (CLE) の方法・場の変数を複素化した上で Leftschetz thimble 上の積分の方法を検討する。CLE を用いる統計サンプリング法は、複素作用に対するアルゴリズム的な困難がなく、非摂動的な計算が可能である。しかし、定常解が熱平衡解に収束する理論的な基礎づけが完全ではなく、力学系毎に解の正しさを検証する必要がある。

カイラルランダム行列モデル (ChRM) は、カイラル対称性に関する性質を QCD と共有し、有限化学ポテンシャル条件では QCD 同様に Dirac 行列式が複素数になり符号問題が生じる。この点から、QCD に CLE を適用する準備研究の対象として、非常に良いモデルであると考えている。これを用いて、有限化学ポテンシャルの問題に対する新しいアルゴリズムの有用性を試してみることが本研究の目的である。

2. 具体的な利用内容、計算方法

本研究では CLE の方法を用いて ChRM の秩序変数・密度・作用の値の化学ポテンシャル依存性を調べた。その結果、CLE の方法が正しくない結果を与えることを昨年度既に確認した。それを修正する手段として、特に行列サイズ 1、つまり 1 変数の場合には、ChRM の作用から期待される複素位相を CLE のサンプリングに付加することを現在提案・検討している。つまり、CLE のサンプリング方法では、力学系によっては、ダイナミカルな位相を付加する必要があるのではないかと推察している。この位相は Leftschetz thimble に基づいた経路積分の方法からも示唆されるものである。本研究では、ChRM の行列サイズの様々に変えて、この (修正) CLE のアルゴリズムを実行する。

3. 結果

CLE を用いた統計サンプリング方法を自由度 1 の ChRM 模型に適用した結果、作用から期待される複素位相を用いて修正することによって、厳密解が満足な精度で再現されることを確認した。行列サイズを大きくして自由度を増した場合、修正 CLE の解は厳密解に定性的に近くなるものの、十分な精度がなく、さらなるアルゴリズムの精密化が必要であることが分かった。

4. 今後の計画・展望

符号問題の解決に向けた試みとして、CLE における位相導入の必要性と有効性を、数理的に満足できる形で定式化したいと考えている。

平成 25 年度 RICC 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

H. Fujii, D. Honda, M. Kato, Y. Kikukawa, S. Komatsu and T. Sano, Hybrid Monte Carlo on Lefschetz thimbles - A study of the residual sign problem, JHEP 1310, 147 (2013)

佐野・藤井が共著参加するこの論文は、Lefschetz thimble 上でのモンテカルロシミュレーションの可能性を示唆するものであり、CLE の計算結果を参考にしつつ、かつ CLE のアプローチとは相補的なものである。