

課題名 (タイトル) :

レプトン異常磁気能率高精度理論計算

利用者氏名 : ○松川(仁尾) 真紀子

所属 : 初田量子ハドロン物理学研究室

1. 本課題の研究の背景と目的

本研究では、電子およびミュー粒子（まとめてレプトン粒子と呼ぶ）が生来的に持つ磁気的な性質を、量子電磁気学(QED)理論計算により数値的に求めることを目的としている。求めた理論値と実験値で精密検証を行うことで、素粒子標準理論の破綻を探索することが究極の目標である。

レプトンは現在の物理学の理解では、内部構造のない点粒子として理解されている。この場合、ディラックの相対的な量子論によると、レプトン粒子と外部磁場との結合の強さを示す数である g 因子は、正確に 2 であることが示される。しかし、実験で測定してみると電子でもミュー粒子でも g の値は 2 からわずかに 0.2% 程度ずれている。その理由は、電子やミュー粒子そして光子を場として記述した場合、その場が量子的に揺らぐことによる寄与として説明される。これが量子電磁力学(QED)である。

レプトンの g 因子の 2 からのずれ、異常磁気能率($g-2$ と呼ぶ)の物理的な描像は 1940 年代半ばにはこうして確立された。以来、実験と理論の精度をともにあげることによって、「どこまで QED が正しいか。」を検証することに注力が注がれることになった。QED およびそれを含む素粒子の標準模型は、近年の Higgs 粒子の発見を含め、いまだその本質的な破綻を見せていない。しかし、標準模型はパラメタを数多く含む点や、パラメタの大きさに階層性がある点など、多くの理論的な含んでいる。解決のヒントを得るためには、標準模型の破綻の確実な証拠を得ねばならない。

そのためには、2つの方法がある。一つは Higgs 発見で使用されたような超高エネルギーの実験を行うことで高エネルギーでの現象を直接観測することである。もう一つは、実験の精度と理論計算の精度をあげ、両者のわずかな食い違いのなかから高エネルギー現象の残渣を見つけ出すことである。後者の方法に関して、電子の $g-2$ は Harvard のグループが、ミューオンは理研-KEK を中心とした国際研究グループの実験が東海村

の J-PARC で現在も進行中である。

本研究では、後者の方法論をサポートするための、レプトンの異常磁気能率、 $g-2$ の理論計算を行う。

2. 具体的な利用内容、計算方法

レプトンの $g-2$ における既存実験値の相対精度は、電子では 1ppb 未満、ミュー粒子でも 1ppm 未満となっており、それをさらに一桁改良するための実験が進行中である。これに相当する量子電磁気学(QED)の精度は摂動計算の 10 次、すなわち微細構造定数 α の 5 乗の寄与に相当する。摂動 6 次までの値は解析的に得られているので、私たちが数値的な計算によって求めるのは 8 次および 10 次の値である。これらの摂動計算をファインマン図に基づいた数値積分の評価によって実行する。

これまでの私どもの研究結果により、8 次 891 個、10 次 12672 個のファインマン図に相当する数値積分プログラムが自動生成によってできており、その検証も完了した。理研の RSCC および RICC で長年にわたって計算した結果を速報値として、2012 年秋に報告した。

その後、Harvard の実験グループと実験値の数値の改良について討議をし、理論値の精度をさらに一桁あげて欲しいという要請を受け、私たち自身もその必要性を痛感している。しかし、そのためには数値積分の精度を大幅に改良しなければならない。これには数値計算方法の本質的な改善が必要である。

特に数値積分で大量の計算機リソースを必要とするものは、10 次のうち光子 5 個のみからなる量子補正を受けるファインマン図からの寄与である。光子の質量が 0 であるために引き起こされる赤外発散は光子質量の逆ベキに比例して起こる。これをカウンター項で相殺させて数値積分を有限としているが、ベキの次数があがると数値計算で引き去りのための桁落ちの誤差が起き、数値計算が破綻してしまう。

これを避けるためには、数値計算で使用する実数の精度を倍精度から 4 倍精度、一部のファインマン図で

は 8 倍精度まで拡張する必要がある。

以上から、本年度の目標として

○ SIMD 演算装置の活用による倍精度計算ならびに 4 倍精度計算の改良

○ 数値積分アルゴリズムの見直し
による計算の高速化を目指した。

3. 結果

これまでの計算では、intel 演算装置の持つ拡張倍精度での内部演算を使用し倍精度計算を、RICC で準備されている準 4 倍精度ライブラリ `fast_dd` を利用して 4 倍精度計算を行ってきた。このため、どのプログラムもスカラー型で書かれおり、それを並列実行する形をとってきた。

さらなるプログラムの高速化のためには、intel プロセッサに内蔵されている SIMD 演算装置の活用が不可欠である。これを目指してプログラム中の被積分関数の評価部分のベクトル化を行った。スカラー型を生成する自動化プログラムに手を入れ、ベクトル化されたプログラムを制作できるようにした。SIMD 演算と一次キャッシュに搭載できるメモリの量を勘案し、ベクトル長についての実験を行った。結果として、Intel compiler を使用すること、最適化のレベルを高次に保つためにおおののサブプログラムの単位は 1000 行未満になるように約 10 万行からなる各々の被積分関数プログラムを分割すること、最内側のベクトル長を 50 から 100 程度にすることが、RICC での最適化条件とわかった。これにより、スカラー版の 3-4 倍程度の高速化を実現できた。

同時に、やはり SIMD 演算で倍精度計算を行うと、スカラー計算の時よりも明らかに桁落ちが起きる確率が高くなった。このため、既存の計算結果と比較検討しながら SIMD 演算を使用しても結果に影響のないもの、領域を区切り安全な領域では SIMD 倍精度演を行い、危険な領域では準 4 倍精度計算を行うもの、全領域で準 4 倍精度が必要なものに積分を 3 種類に分類した。

そのうえで準 4 倍精度ライブラリのベクトル版の制作を共同研究者とともに行った。他の計算機での使用も念頭において、一般言語である FORTRAN を用いて制作した。しかし、今のところコンパイラがこのライブラリの部分を SIMD 演算命令に自動的に書き換えることができず、準 4 倍精度においてはキャッシュアクセス

の改良のみが実現しており、たがだか数%程度の高速化にとどまっている。

数値積分のアルゴリズムにおいては、従来どおり VEGAS を使用している。VEGAS は超立方体を積分領域とし、その各次元ごとに情報を集めて積分グリッドの変更を行う。このため被積分関数の形によっては全く積分には効かない領域に密なメッシュを生成してしまい、積分の誤差を大きく見積もってしまうことが知られている。

幸い私どもの積分は超平面上で定義されており、そこから超立方体へのマッピングの仕方は無数にある。このマッピングをおおのの積分にみあったものに変更することで、VEGAS での偽のピークを回避することができる。

これまでの積分は、デフォルトのマッピングを使用していた。これは多量の積分を実行し、人為的なミス避け概算値を知るためには必須のことであった。今回は、その積分の元となるファインマン図の構造から積分に重要となる領域を推測し、それをマッピングに適用した。これは個々の積分にたいして手作業で行い、その数値計算結果をデフォルトマッピングの結果と比較することで、手作業に間違いがないことを確認しつつ書き換えを行った。これにより、特に 2 次の頂点関数への補正を含む類いの積分は積分値の著しい改良が得られた。

4. まとめ

ベクトル化による計算の高速化においては、非常に上手くいった。しかし、4 倍精度計算においてはマシン依存のライブラリを制作する必要があることがわかり、高速化を達成することはできなかった。

5. 今後の計画・展望

10 次電子 $g-2$ の値に寄与する積分のうち、最も誤差の大きなものは、やはり 4 倍精度計算（8 倍精度計算）を必要とするものである。次年度下半期には新しい計算機に切り替わることもあり、その性能と構成を調べたうえで 4 倍精度計算の高速化を新たに模索する予定である。

平成 25 年度 RICC 利用研究成果リスト

【国際会議、学会などでの口頭発表】

[1] “Tenth-order QED calculation of the lepton anomalous magnetic moments and precision determination of the fine-structure constant”, Invited talk by Makiko Nio,

the 5th GCOE International Symposium on “Weaving Science Web beyond Particle-Matter Hierarchy”

March 4-6, 2013, Aobayama Campus of Tohoku University, Sendai, Japan.

[2] “Tenth-order QED Contribution to the Electron $g-2$ and High Precision Test of Quantum Electrodynamics “, Invited talk by Toichiro Kinoshita,

Conference in Honour of the 90th birthday of Freeman Dyson,

August 26-29, 2013, Nanyang University, Singapore