

課題名 (タイトル):

レプトン $g-2$ の精密理論計算

利用者氏名: 仁尾 真紀子

所属: 和光研究所 仁科加速器研究センター 理論研究部門 初田量子ハドロン物理学研究室

1. 本課題の研究の目的

本研究課題では、レプトン粒子である電子とミュー粒子の持つ磁気能率の大きさを求めるための数値計算を行う。一般に磁気能率の大きさはボア磁子を単位として無次元数の g 因子の値によって表す。ディラックの相対論によると、構造のない点粒子であるレプトン粒子の持つ g 因子の値は正確に 2 である。しかし、実際に測定してみると、電子でもミュー粒子でも g の値は 2 ではなく、0.1%程度 2 よりも大きな値が得られる。これを異常磁気能率と呼び、 $g-2$ と表す。

$g-2$ の起源は、電子やミュー粒子、光子などの素粒子が場であり、その場の配位が量子学的に揺らぐためと理解されている。素粒子標準理論の枠内はレプトン粒子や光子以外に、弱い相互作用を担うボゾンやハドロンも量子揺らぎの効果として寄与する。

レプトンの $g-2$ は、それが単一粒子の持つ性質であるということのために、電子およびミュー粒子の双方において、非常に高い精度で実験により測定することが可能である。電子ではハーバードのグループが 0.25ppb の相対精度で、ミュー粒子では米国ブルックヘブン研究所での測定で 0.5ppm の相対精度で測定されている。この精度に見合う理論予想値を素粒子標準理論の第一原理計算によって求め、双方を比較検討すること、素粒子の標準理論を検証し、さらには標準理論を越える物理現象の探索を目指す。

2. 具体的な利用内容、計算方法

本研究では、素粒子標準理論からレプトンの $g-2$ への寄与のうち、最大の寄与を与える量子電気力学(QED)の効果を計算する。朝永振一郎らによって 1940 年代後半に QED とそのくりこみ理論によって物理量を正確に計算する方法が確立された。ファインマン図という反応のプロセスを模式的に表した図に基づく摂動計算の方法である。1970 年代には木下東一郎によって、QED の高次摂動項に関わる膨大な計算を、コンピュータを

用いた数値計算によって行う方法が開発された。さらに私たちは、数値計算プログラム本体を自動的に生成するアルゴリズムを開発した。これを用いることで、現在、実験値の精度から必要とされている摂動の次数 10 次の項の計算を行ってきた。

QED のレプトン $g-2$ の計算は、数値計算としては多次元数値積分に帰着する。積分の次元はファインマン図によるが 7 から 13 であり、被積分関数の長さは典型的な 10 次のもので一つで 10 万行程度である。10 次全体ではこれらの積分を数百程度評価しなければならない。これらを適応反復型のモンテカルロ積分法を用いて評価を行う。

QED 計算の特徴として、紫外と赤外発散の処理が挙げられる。これらの発散はともにカウンター項を当てることで数値計算を可能にしている。紫外発散はたかだか対数とそのべき程度であるが、赤外発散のほうは高次の逆べきである。このためカウンター項での発散相殺で桁落ちが頻発し、解析的には有限な積分であっても数値計算が破綻してしまうということが起こる。これを避けるために、実数演算に 4 倍精度、必要に応じては 8 倍精度の実数を全積分領域に用いている。4 倍精度の代償は大きく、倍精度実数演算に比較して 10 倍から 20 倍程度の計算量が増加する。

ファインマン図自体の数の多さ、カウンター項の存在による被積分関数の構造の複雑さによる積分値収束の遅さ、そして 4 倍精度計算の必要性、これらがあいまって、多量の数値計算資源を必要としている。

本年度は、主に摂動 10 次の寄与をより深く理解するための検証実験を行い、そのための検証数値計算を行った。さらに 8 次の寄与をより高い精度で求めるため、積分パラメタの改良を行い、数値計算を続行した。

3. 結果

これまで 10 年近くの数値計算結果として、2012 年 5 月に QED 摂動 10 次までの全寄与を公開した。これにはこれまで知られていなかった摂動 8 次のレプトンの質量依存項も含んでいる。

4 . 今後の計画・展望

現在進行中の電子 g-2 実験では、不確かさがさらに半分程度になる予定である。それを見越して、実験グループからは QED の理論値の数値計算誤差を今の半分にしたいとの要請を受けている。

現在の数値計算誤差は、8 次と 10 次がそれぞれ同じ程度で寄与している。したがって、双方の不確かさを半分にすればよいということになる。

これまでの 10 次の計算結果は 9.16 ± 0.58 という精度の低いものである。現在の理研 RICC の運用状況からみて、この値を改良するほどの大規模計算を実行することは無理と考えている。8 次の計算 -1.9106 ± 0.0020 を改良するほうが現実的であるが、現況ではかなり困難な課題であることは間違いない。

そこで 4 倍精度ライブラリの改良を考える。現在使用しているのは RICC で準備されている fast_dd というライブラリであるが、これは RICC のアーキテクチャに関して完全にチューンされているわけではない。私たちのモンテカルロ積分計算は独立性が非常に高く、階層性のある並列化も可能なものである。倍精度計算であれば RICC のピークパフォーマンスの 60% 近くをたたき出せるものが、4 倍精度になると 10% 以下に落ちている。ライブラリ が逐次実行になっているためである。

この点を改良すれば、数倍程度の計算の高速化が可能、すなわち数値積分の不確かさを半分にすることが可能となる。

平成 24 年度 RICC 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

1. Quantum electrodynamics calculation of lepton anomalous magnetic moments: Numerical approach to the perturbation theory of QED

Tatsumi Aoyama (Nagoya U. & Nishina Ctr., RIKEN), Masashi Hayakawa (Nagoya U. & Nishina Ctr., RIKEN), Toichiro Kinoshita (Cornell U., LEPP & Nishina Ctr., RIKEN), Makiko Nio (Nishina Ctr., RIKEN).
Published in **PTEP 2012 (2012) 01A107**

DOI: 10.1093/ptep/pts030

2. Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon $g-2$

Tatsumi Aoyama (KMI, Nagoya & Nishina Ctr., RIKEN), Masashi Hayakawa (Nagoya U. & Nishina Ctr., RIKEN), Toichiro Kinoshita (Cornell U., Phys. Dept. & Nishina Ctr., RIKEN), Makiko Nio (Nishina Ctr., RIKEN). May 2012. 4 pp.

Published in **Phys.Rev.Lett. 109 (2012) 111808**

DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.111808

3. Tenth-Order QED Contribution to the Electron $g-2$ and an Improved Value of the Fine Structure Constant

Tatsumi Aoyama (KMI, Nagoya & Nishina Ctr., RIKEN), Masashi Hayakawa (Nagoya U. & Nishina Ctr., RIKEN), Toichiro Kinoshita (Cornell U., Phys. Dept. & Nishina Ctr., RIKEN), Makiko Nio (Nishina Ctr., RIKEN).

Published in **Phys.Rev.Lett. 109 (2012) 111807**

DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.111807

【国際会議、学会などでの口頭発表】

Tenth-order QED contribution to the lepton $g-2$,

Makiko Nio, Invited Session: The fine structure constant,

43rd Annual meeting of the American Physical Society Division of Atomic, Molecular and Optical Physics, June 4-8, 2012; Orange County, California, USA.

【その他】

理研プレスリリース

「物理学史上、最も精密な理論計算値 - 電子の磁気能率の大きさを 1.3 兆分の 1 の精度で決定 - 」

<http://www.riken.go.jp/r-world/info/release/press/2012/120910/index.html>