

課題名 (タイトル) :

格子理論を用いた素粒子現象論の研究

利用者氏名 : ○新谷栄悟

所属 : 和光研究所 仁科加速器研究センター 理研 BNL 研究センター

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究では素粒子物理学において注目されている次の2つの物理量に対して非摂動的手法を用いて理論計算を行った。

1) ミュー粒子の異常磁気モーメント

ミュー粒子が持つ磁気モーメントの理論計算自体、80年以上前にDiracの運動方程式の解からその値は求められて、当時としては非常に良い精度で実験値と一致した。さらに1940年代には朝永、Feynman、Schwinger、Dysonらが理論構成に深く携わった電磁気力学(QED)の計算結果と高精度の実験結果が、ディラック方程式の解からのずれを正確に補正することに成功したことを機に、QEDの正当性は確かめられた。この補正項を異常磁気モーメントと呼び、現在、実験精度とQED理論の高次補正項の理論計算が同時進行した結果、ミュー粒子の異常磁気モーメントは有効数字下4桁の精度で一致した。さらに実験精度の向上の結果、より下の精度まで誤差を縮めることに成功したため理論計算にQED以外の補正項を入れなければ実験値とずれることが判明した。この補正項を厳密に求めることは現在の素粒子物理において一つの重要課題である。

QED以外に考えられる量子補正は素粒子標準模型の枠内において、残り2つ考えられて、それは電弱相互作用とQCDからのハドロン効果である。電弱相互作用は摂動論から正確に求められており、その寄与は上記のずれを説明できるほど大きくないことはすでに分かっている。問題はハドロン効果であり、従来の摂動論的手法では解決できない。そこで、本研究では格子QCDを用いた非摂動的でありかつモデル依存性を排除した第一原理計算を行うことにした。この研究成果によってミュー粒子の異常磁気モーメントの理論計算が正確に求められれば、素粒子標準模型の非常に精度の高い比較を行うことができる。また、仮に標準模型の理論計算と実験結果に有意な

ずれが観測できれば、そこにはこれまで考えられていなかった新しい物理の徴候と考えられるため、この物理量を厳密に求めることは重要である。

2) 中性子電気双極子モーメント

中性子が持つ電気双極子モーメント(NEDM)は強い相互作用が素粒子物理における重要な対称性であるパリティ(P)及び荷電共役変換(C)に対称か否かを判断できる重要な物理量である。実験的には60年程以前から実験精度の改善が続けられて、現在上限値として $2.9 \times 10^{-26} \text{ e} \cdot \text{cm}$ という非常に厳しい制限がつけられている。この結果が示すことは、強い相互作用においてはP, CP対称性がよく成り立っていることを意味している。一方、理論的には強い相互作用を記述するQCDには θ 項と呼ばれる位相幾何学的に非自明な演算子の寄与も考えるが、この演算子が影響すればP, CP対称性が破れるためNEDMは有限値として残ることが自然であり、実験事実と矛盾している。なぜNEDMすなわち θ 項が非常にゼロに近い値を持っているか、この疑問に答える物理機構が現実的に存在するかは素粒子論に課せられた問題の一つである。これは強いCP問題と呼ばれており、標準模型には組み込まれていない新しい物理の存在について長年議論されている。そこで本研究ではまず標準模型の枠内においてNEDMを実際に計算して、はたしてこれまでモデル計算によってのみ知られていたNEDM及び θ が実際に小さいのかを確かめることにする。NEDM自体核子間の強い相互作用が主要になっていると考えられるため、非摂動的計算を用いた格子QCDは重要な役目を果たすと期待できる。

3) アルゴリズム開発

格子QCDにおいて重要となる計算は主に大規模疎行列の逆である。クォーク伝搬関数はディラック演算子と呼ばれる、時空間および対応する量子数の成分を持つ行列の線形連立方程式の解として理解できる。本研究でも必要となる2点関数や3点関数、4点関数と呼ばれる量は、クォーク伝搬関数の組み合

わせで構成できており、 n 点関数では一般に n 回の連立方程式を数値的に解かなくてはならない。従って、いかにして疎行列の逆を効率的に解くかは用いるアルゴリズムに依存する問題であり、このアルゴリズムの最適化を達成できれば、格子 QCD で必要な大部分の計算コストを減らすことが可能である。本プロジェクトが重点を置く物理量 (NEDM、ミュー粒子 $g-2$) には統計的揺らぎを抑えるための膨大な数の逆行列計算がネックとなるが、アルゴリズムの改良によって、その精度を劇的に向上させることも期待できる。今年度の研究ではおいては、統計精度向上のためのアルゴリズム開発に重点をおいて進めていった。

2. 具体的な利用内容、計算方法

基本的には、格子 QCD を用いたミュー粒子の異常磁気モーメント ($g-2$) と中性子電気双極子モーメント (NEDM) は両方とも同じゲージ配位とフェルミオン形式を用いて計算する。これらの物理量はカイラル対称性を極力保ったままのフェルミオン形式を格子上でも用いることが適切であると考えられるため、計算時間を要するがしかし上記の要求に答えることが可能なドメインウォールフェルミオンが適当と考え、本研究で用いることにした。このフェルミオンを動的に含んだ積分をモンテカルロ数値積分を用いて行うが、それに必要なゲージ配位生成については理研BNL研究センターと米国コロロンビア大学及びエディンバラ大学のスタッフが主要メンバーとして構成している RBRC グループがすでに計算してあるデータを用いることにする。したがって、この計算に必要な部分は、ミュー粒子 $g-2$ ではメソン 2 点関数、NEDM では核子間の 3 点関数となる。クォーク質量として、最も小さい領域はストレンジクォークの 6 分の 1 程度まで用意できるため、物理点へのカイラル外挿による系統誤差を十分に抑えることは可能である。統計的にこれらの物理量を導くため、モンテカルロ計算において用意するサンプル数は 200 ほど用いる。格子サイズとして物理的サイズを一定 (3 fm^3) にして、連続極限を 2 点から線形外挿することで格子間隔による誤差を評価することも可能である。

本年度では上記の計算のためのセットアップ、お

よび統計的な誤差を抑えるための新しいアルゴリズム開発に重点を置いた計算機の利用を行った。特に NEDM について、統計的な揺らぎの影響が非常に大きいため、そのシグナルとして有意な情報を得るためには相当数のサンプルを用意しなければならない。しかし、ゲージ場のサンプル数は現在用意されている数しかない上、コスト面の観点から従来の方法では統計揺らぎをコントロールすることは困難であると予想した。そこで、ディラック演算子のゼロ近傍固有モードを用いた低固有モード前処理および低固有モード平均という手法を、本計算にも応用する計画にした。そのためには、膨大な固有モードの数値計算が必要不可欠である。また、その固有モードをデータとして保存して再利用するために、また多くのディスク容量が必要である。ただし、固有モードがゲージ配位ごとに一旦求めてしまえば、それらを上記 2 つの物理量の計算に対して、計算コスト削減およびシグナルの改善に非常に有効であることがこれまでの研究で分かってきた。固有モードの計算には従来のランチョスアルゴリズム及びそれを改良した手法を用いて、多くの固有モードを求めることに大部分の計算時間を費やした。

3. 結果

図 1 に従来の方法を用いて得られた NEDM 形状因子の時間依存性を表す。ここで用いたパラメータは $24^3 \times 64$ 、質量パラメータは 0.01 である。この量は運動量の移動を行列要素に与えて、 θ 項からの CP 対称性を破る形状因子を抜き出す方法を用いた結果得られる。NEDM はゼロ運動量上で定義されているため、幾つかの運動量の点で計算して外挿する必要がある。図 1 は最も小さい運動量上での結果であるが、統計的なノイズが依然として大きくシグナルとしてフィットして有意義な結果を得ることは難しい。この原因としてゲージ配位の数が少ないことが考えられる。ただし、用意されているゲージ配位は増やすことはできないため、統計量を効果的に増やす手法として一般的に使われるのは、並進対称性を用いたソース点のシフトである。クォークの伝搬するもとの点をずらした 3 点関数を計算して、この量をもつ並進対称性から、統計的には独立なサンプルとみなすことで、ずらした分の統計を稼ぐことが

できる。この手法を本研究に応用することを考えた場合、統計誤差を最低でも 3 分の 1 にしなければ有効な結果は得られない。つまりこれまでの 9 倍の計算量が必要となる。対応する計算実行には非常に多くのコストがかかるため、次に示すアルゴリズムの改良は非常に有望である。

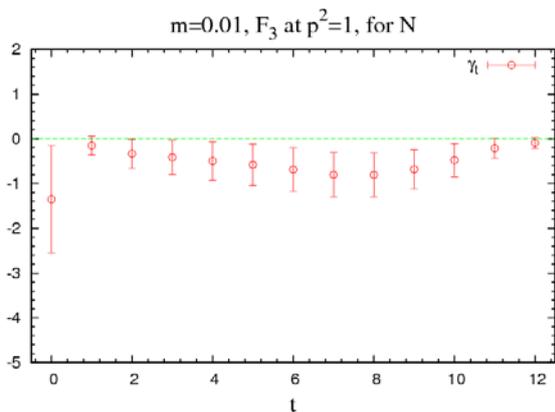


図 1 : NEDM 形状因子の時間依存性。 $p^2 = 1$ は最も小さい運動量である。シグナルとして得られる領域は $4 \leq t \leq 8$ と考えられるが、統計誤差が大きいため有意な結果はえられない。

図 2 に、本研究で求めた固有モードを使い、前処理を行ってディラック演算子の逆を求めたアルゴリズムの結果を載せてある。一般に共役勾配 (CG) 法と呼ばれる、近似的に逆行列を求めるアルゴリズムを用いた。この図を見て分かるのは、低固有モードの数を 400 までとれば 10^{-20} の逆行列の精度を得るのに、前処理をしないと比べておよそ 7 倍性能が向上した。ここで用いた格子サイズは $24^3 \times 64$ と現実的なパラメータを用いている。この結果が示すことは、400 個以上の固有モードを応用した前処理を使えば上記の NEDM に対してもこれまでの計算コストで 7 倍の統計量を計算することが可能であると示している。さらに図 3 は求めた低固有モードをソース点ごとに平均したものに置き換える、「低固有モード平均」というアルゴリズムを用いた結果を示す。この結果には 32 個のソース点を用いた。この図は 2 点関数の場合のみだが、600 個の低固有モード平均であれば、核子 2 点関数の誤差は $t = 9$ 付近で 3 分の 1 から 4 分の 1 まで減少している。このアルゴリズムの優位点は CG 法を実行することなくディスクに保存している低固有モードのデータのみを再構成するだけで大幅な

統計の改善を図れることにある。また図 3 から分かることは、このアルゴリズムが有効なのは t が大きい長距離が重要となる物理において特に顕著となっている。低固有モードは主に長距離での寄与が大きくなると考えられていることとも無矛盾な結果である。

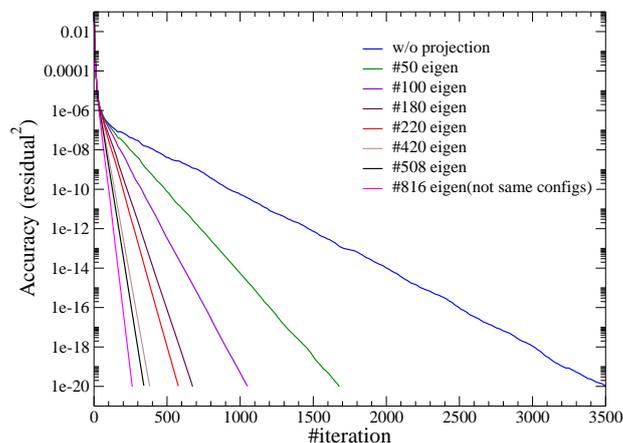


図 2 : 共役勾配 (CG) 法におけるディラック演算子の逆行列の精度とその精度に達するまでに必要となった試行回数。異なる線は、いくつかの低固有モードを用いて前処理を行ったときの試行回数の変化を表す。

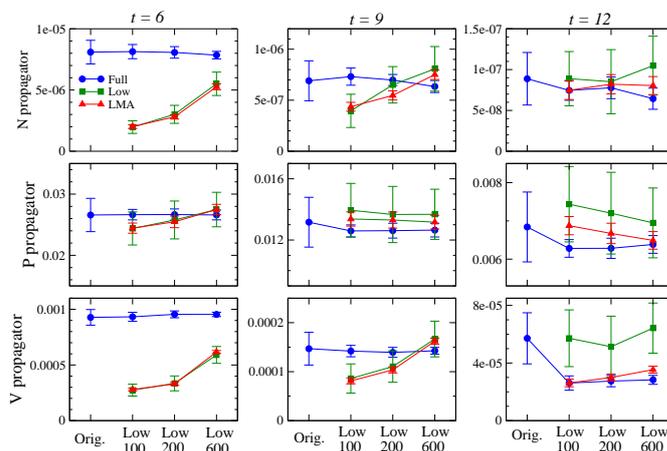


図 3 : 低固有モード平均による核子 (N)、擬スカラー (P)、ベクトル (V) 2 点関数の統計誤差の変化。Orig は低固有モード平均を使わなかった場合の中心値と誤差、Low は 100、200、600 の固有モードを用いた時の中心値と誤差。青●はデータ点、緑■と赤▲は固有モードだけで構成した 2 点関数で、それぞれ、平均前と平均後を表す。異なる列にあるプロットは異なる時間 (t) 成分のデータを表す。どのハドロンにおいても t

= 6 → 9 → 12 に従って誤差の減少率が大きくなっていることが分かる。

4. まとめ

本年度の RICC 利用では、格子 QCD において、少ない計算コストでいかに統計量を増やすかに重点を置いた計算アルゴリズムの開発を行った。現実的な格子サイズやクォーク質量上で低固有モードを多数計算した後、低固有モードを用いた前処理や低固有モード平均の手法を用いた結果、統計誤差の改善に非常に有効であることが分かった。これらの手法を用いれば、従来アルゴリズムでは到達できないほど統計精度が悪くかつ膨大な計算時間が必要な物理量に対して最大限の効果を発揮できる。NEDM はその典型的な例である。この成果により NEDM の統計量を 7-8 倍に増やすことができれば、統計的に有意な値が期待できる。

5. 今後の計画・展望

今後の計画としてまずは上記の低固有モード平均を使った NEDM の計算を行う予定である。これまでの低固有モードの計算はクォーク質量が最も小さい点でのみ求めたが、さらにゲージ配位が用意されているすべての点について計算した後、前処理および低固有モード平均から統計誤差がどれだけ減少したかを確認、カイラル外挿を試みる。その後、格子サイズを大きくした計算も行った後、連続極限への外挿を試みる計画である。ミュオン粒子の異常磁気モーメントについても同様に低固有モード平均がどこまで有効となるかを確認しながら、カイラル外挿および連続極限を行った最終的な値を決定したい。

6. RICC の継続利用を希望の場合は、これまで利用した状況（どの程度研究が進んだか、研究においてどこまで計算出来て、何が出来ていないか）や、継続して利用する際に行う具体的な内容

これまでの利用によって、低固有モードを使った幾つかのアルゴリズムが有望であることが分かったため、本プロジェクトのテーマである NEDM とミュオン粒子 $g-2$ の具体的計算に応用していきたい。基本的なプログラムコードの開発は大部分終わっているため、あとは実行して結果を解析するだけで

ある。計算実行には既存の結果に低固有モード平均を応用した結果を合わせるだけなので、主に固有モードの計算が必要となる。来年度の継続利用において、固有モードはランチョスアルゴリズムを用いて 500 個、残りの 3 つのクォーク質量について計算する計画である。さらに、 $32^3 \times 64$ のより大きい格子サイズについても、4 つの異なるクォーク質量について同様の計算を実行して、各物理量の連続極限を取りたい。

7. 一般利用で演算時間を使い切れなかった理由

今年度の上半期ではアルゴリズムの開発・テストやプログラムコードの最適化に時間を費やした。主に下半期において本格的に固有モードの計算を始めたため、また後期のジョブのスループットの低下や計画停電なども影響して、計画していた演算時間の 30% 程度しか消費することができなかった。