

課題名 (タイトル) :

## レプトン及び核子電磁気形状因子に関する格子 QCD 計算

利用者氏名 :

○新谷栄悟<sup>(1)</sup>、藏増嘉伸<sup>(1,2)</sup>、出淵卓<sup>(3,4)</sup>

理研での所属研究室名 :

<sup>(1)</sup>理化学研究所計算科学研究機構、<sup>(2)</sup>筑波大学数理物質科学研究科、<sup>(3)</sup>Brookhaven National Laboratory, Physics department, <sup>(4)</sup>理研 BNL 研究センター

### 1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

本研究はミュオン粒子異常磁気能率 ( $g-2$ ) 及び核子形状因子を、格子 QCD を用いた第一原理計算から厳密に求めることで、これまでの実験測定において標準模型における理論値からの差を決定することを目的としている。

上記の物理量の背景として、ミュオン粒子  $g-2$  では BNL が 2004 年に発表した精密測定の結果と近年の高次摂動計算の結果とに 3 シグマの有意な差があることが分かり、この違いは素粒子標準模型では説明がつかない新しい物理の兆候として知られている。現在、この差を「ミュオン粒子  $g-2$  異常」と呼ばれている。様々な高エネルギーモデルがこの差の説明するために提唱されているが、しかし、その予言の信頼性を高めるためには基礎となる「ミュオン粒子  $g-2$  異常」の精度をさらに向上させることが、実験測定と理論計算の双方に求められている。この事実から、次期実験計画としてフェルミ国立研究所と JPARC において、ミュオン粒子  $g-2$  の超高精度測定が立ち上がっている。これらの実験では実験精度を BNL 実験の 3 倍以上向上させて、「ミュオン粒子異常」の発見に繋げようとしている。一方で、理論計算では高次摂動計算の精度は実験値の 100 倍以上に達しているために、次の高精度化は非摂動計算に移っている。この計算では主に強い相互作用である量子色力学 (QCD) が寄与する。従来の現象論的な評価法を用いた場合、ミュオン粒子  $g-2$  に含まれる量子効果のあるハドロンチャンネルに限定したうえで、対応する別の実験測定である  $e^+e^-$  衝突や  $\tau$  崩壊過程から求めている。実際に、上記の現象論的な評価が「ミュオン粒子  $g-2$  異常」の理論計算としてよく参照される。しかしながら、問題点として、厳密な理論計算としてはすべてのハドロンチャンネルを含んだ量子効果を取り入れて、ミュオン粒子  $g-2$  を求めなければならないが、高次項を無視

していることに起因する系統誤差の可能性が残っている。この点を排除した理論計算を実現して、これまでの現象論的な評価法とは独立した理論値を提供するために、格子 QCD を用いた第一原理計算を実施することが本研究の動機である。この非摂動計算によって、十分な精度の理論計算を提供できれば、次期実験計画と並行してミュオン粒子  $g-2$  の精度向上に貢献することができる。

また、核子形状因子について、特に電荷半径の近年の新しい実験値と従来の実験方法から求められた値との顕著な差が問題視されている。ミュオンオン水素のエネルギーシフトを用いた電荷半径の測定では、核子・電子間の弾性衝突実験から求められる値と 7 シグマの差が報告されており、この差を説明するための理論モデルや方法論が多数提案されているが、未だに決着はついていない。そこで、第一原理計算の立場から核子電荷半径を高精度で求めてこれらの実験値のどちらに収まるかを確かめることが、この電荷半径に関わる問題の糸口になると期待される。特に、格子 QCD を用いた計算は古い歴史があるにも関わらず、様々な問題点から実験値と比較して不定性が大きく、かつ 20% 程度小さい値が報告されている。この格子 QCD 計算における問題点は、格子 QCD 計算でインプットとなるパイ中間子の質量や、格子サイズが現実とかけ離れている点で、解決方法として、非常に効率的な計算手法によって物理的なパイ中間子を用いた大規模格子の数値計算の必要性が考えられる。本研究では、1 辺が 8 fm で物理的なパイ中間子を含んだゲージ配位を用いて、核子形状因子を高精度で求めて、実験結果と直接比較可能な値を求めていくことを目的としている。この研究成果によって、QCD では 2 つの実験結果のうち、どちらの核子電荷半径を支持するかを判定することができる。

### 2. 具体的な利用内容、計算方法

ミュオン粒子  $g-2$  計算では図 1 で表される主要項のダ

イアグラムの計算に HOKUSAI を用いた。この計算では、QCD と QED とに分解して計算することが可能であるため、QED 計算には摂動展開からの解析解を用いて、QCD 計算で格子 QCD を用いた第一原理計算を行う。QED の解析関数は、カーネル関数形として運動量の 2 乗で表される。その QED カーネルと QCD カーネルとの積の無限大積分が図 1 のダイアグラムの評価式である。そのため、QCD カーネルの数値積分値を本研究により求める。QED との接続部分はベクトル型の演算子に関わるので、QCD 計算において、ベクトル型の相関関数から対応するダイアグラムを抜き出す。その方法として、本研究では時間依存する相関関数を格子 QCD 計算により求めたうえで、QED カーネルを掛け合わせて、時間積分に置き換える手法をとる。この方法は、求める相関関数が単純であることと、時間依存性を見ることで、ハドロンの影響を考慮しやすいという利点がある。ただし、時間無限大積分による外挿と、関連する有限体積効果が大きく関わるので、その点を注意深く考慮しなければならない。そこで、本研究では格子 QCD 計算における有限体積効果に着目してその評価を試みた。具体的には、物理的なパイ中間子を含んだ 2 つの格子サイズを持つゲージ配位上で高精度のモンテカルロ計算を実施して、その体積依存性を評価した。ただ、その際に、インプットとなるクォーク質量を 2 つのサイズで厳密に一致させないといけないので、それを実施するために、重み関数を用いたチューニングを行った。さらに、時間方向が有限で周期的であることによる有限体積効果を取り除くためにその境界条件を変えた場合も実行して、数値的な評価を行った。それらの総合的な比較から、格子 QCD を用いたミュオン粒子  $g-2$  における有限体積効果の具体的評価を試みた。

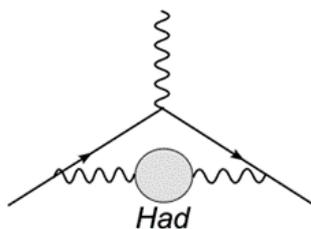


図 1: ミュオン粒子  $g-2$  計算におけるダイアグラム。

「Had」部分が数値計算でターゲットとする、QCD が関わる部分。

核子形状因子では、核子演算子を時間軸方向にある程度の距離離れたうえで、ベクトル型演算子を挟んだ

相関関数を計算し、その結果から対応する形状因子を遷移運動量に依存する形で求める。電荷半径はその形状因子のゼロ遷移運動量上の微分として定義されるので、形状因子の振る舞いとしてゼロ近傍が重要となる。つまり、格子サイズが十分に大きいゲージ配位上の計算結果が必要となる。そこで、上記のミュオン粒子  $g-2$  計算でも用いた、大規模なゲージ配位上で核子 3 点関数を実行することで、形状因子の遷移運動量依存性の詳細な振る舞いを解明して、電荷半径の決定を目指す。

### 3. 結果

#### ● ミュオン粒子 $g-2$

図 2 には被積分関数についての時間方向依存性を 2 つの体積について比較した結果を表す。1fm 付近にピークをもち、その後ゼロに近づいている。有限体積効果が重要な意味を持つのは、おおよそ 2fm 以降と予想される。図 3 に、この研究で得られたミュオン粒子  $g-2$  の体積依存性の評価をプロットした。この図では、パイ中間子質量が 146MeV に一致させて、一辺が 5fm と 8fm のサイズを比較している。また、2 つの境界条件の違いも比較している。統計誤差が大きいために、2 つの体積の違いからくる有限体積効果は上限値のみが決められるが、大きく見積もっても 3fm 近傍で  $(10 \pm 20) \times 10^{-10}$  となる。現象論的な値が、大体  $700 \times 10^{-10}$  であることから、 $(1 \pm 4) \%$  と見積もられる。図 3 にはカイラル摂動論を用いた有限体積効果の評価も載せてある。中心値はおおよそその範囲で一致している。

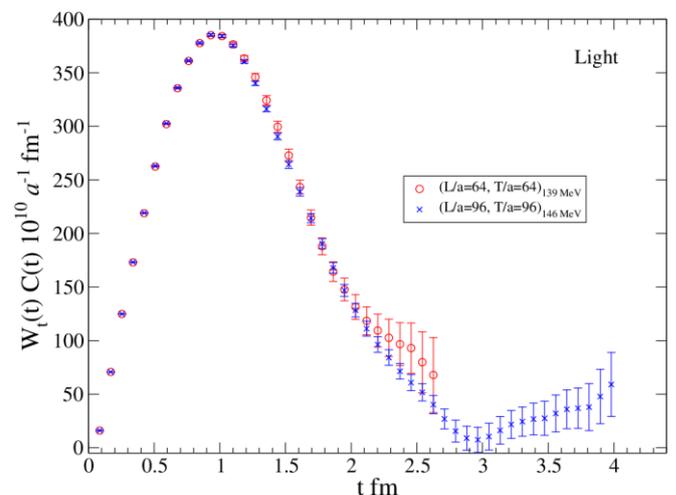


図 2: ミュオン粒子  $g-2$  を求めるための被積分関数の時間依存性。2 つのシンボルは異なった体積、及びパイ中間子質量をもつゲージ配位上の結果を表す。

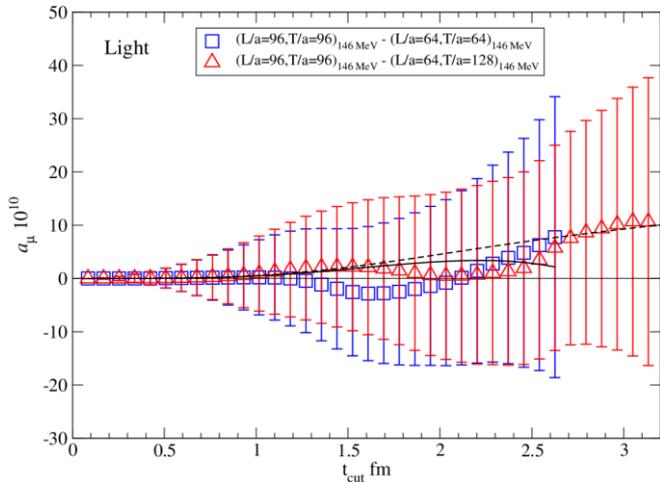


図 3：ミュオン粒子  $g-2$  計算における体積効果の評価。異なるシンボルは、境界条件の違いを表す。実線と点線はカイラル摂動論による評価を表す。横軸は積分値の上限を表す。

● 核子形状因子

図 4 に、一辺 8fm の 146MeV パイ中間子を含んだゲージ配位上における形状因子の時間依存性をプロットしている。基底状態となる核子を得るためには、時間に依存していない領域を決めて、そこでの値を求めることになる。図 4 では各遷移運動量での形状因子の振る舞いを表しているが、おおよそ時間 5 から 10 付近にプラトーが現れていることが分かる。この領域をフィットして各運動量上での値の変化をプロットしたのが図 5 である。図 5 には、実験値から求めたフィット関数と、格子 QCD のデータをもとにした dipole 型のフィット関数もプロットしている。この比較から分かるように、実験値と比較して若干大きめにしている。フィット関数から求められる電荷半径の値も 2 つの実験値、0.886(2) と 0.823(9) と比べて若干小さくなっている。この違いは主にパイ中間子質量の大きさに依存していると考えられる。本来、電荷半径はパイ中間子の質量依存性が強く表れる物理量と考えられるため、この違いは、パイ中間子を物理点上に合わせた場合、十分変わりえる。このことから、今後はより大きい格子サイズで物理点上の形状因子の計算を行って、上記の違いを説明していきたい。

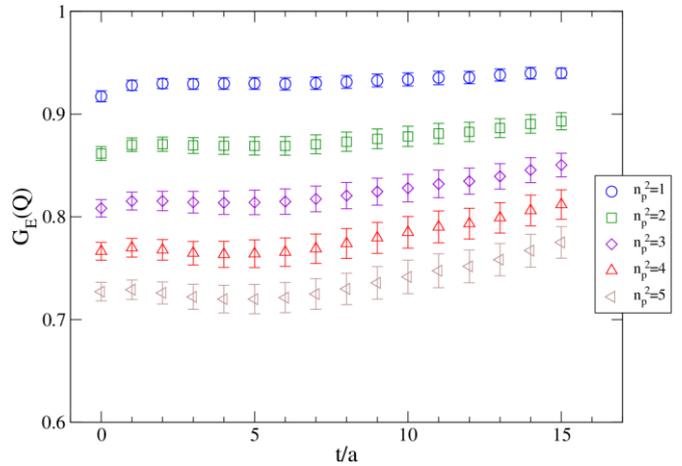


図 4：電気形状因子の時間依存性。各シンボルは遷移運動量の違いを表す。時間軸方向で  $t/a=0$  と  $t/a=16$  に核子演算子を配置して、演算子を動かしている。

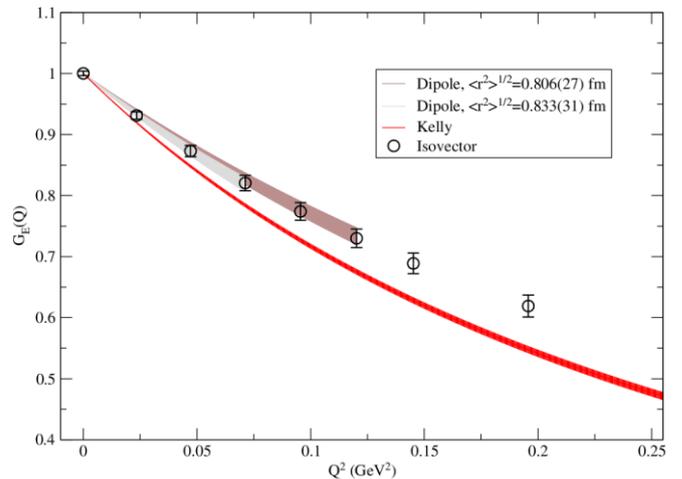


図 5：電気形状因子の遷移運動量依存性。丸いシンボルは格子 QCD 結果、赤いバンドは実験測定から求められた関数形、灰色のバンドは格子 QCD 結果をフィットした結果。灰色バンドの違いはフィット領域の違いを表す。

4. まとめ

この研究で、ミュオン粒子  $g-2$  の有限体積効果の大きさを、実際に 2 つの格子サイズを用いて評価した。この研究成果は、格子 QCD 計算で初めて直接的な有限体積効果が見積もられることになり、カイラル摂動論などのモデルに依存しない厳密な依存性が分かった。

核子形状因子に関して、8fm の格子で 146MeV パイ中間子を含んだゲージ配位上で求めた結果、実験値に近い値が得られた。電荷半径に換算すると、実験値と比べて若干小さく出ている。この差はパイ中間子質量が物理点から少し離れていることに起因していると考えられる。

## 5. 今後の計画・展望

上記の結果を踏まえて、今後はもう一段大きい格子サイズを用いた大規模計算に移行する計画である、ミュー粒子  $g-2$  計算では、統計ノイズがネックとなっている。また、質量依存性の補正が精度追及には問題となる。そこで、一辺が 10fm で物理点上のパイ中間子を含んだゲージ配位を用いた高精度計算を実施する。格子サイズが大きくなることで、統計ノイズが抑えられ

る点、および物理点上なので、これまでの結果と補正をすることなく有限体積効果を評価できる点がメリットとなる。ただし、格子サイズが大きくなるに伴う計算コストを如何に抑えていくかが課題である。

核子形状因子についても、同様にサイズを大きくした計算実行を計画している。この計算によって、実験結果との比較と、電荷半径の決定が可能となる。

平成 29 年度 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

なし

【国際会議などの予稿集、proceeding】

1. Taku Izubuchi, Yoshinobu Kuramashi, Christoph Lehner, and Eigo Shintani, “Lattice study of finite volume effect in HVP for muon  $g-2$ ”, EPJ conference に掲載予定

【国際会議、学会などでの口頭発表】

1. “Lattice study of finite volume effect in HVP for muon  $g-2$ ”, The 35th International Symposium on Lattice Field Theory, Palacio de Congresos, Granada, Spain, 18-24 June 2017.
2. “Lattice study of finite size effect in the leading order of hadronic contribution to muon  $g-2$ ”, First Workshop of the Muon  $g-2$  Theory Initiative, Q Center, Chicago, USA, 3-6 June 2017.

【その他（プレスリリース、学術会議以外の一般向けの講演など）】