

課題名 (タイトル) : レプトン異常磁気能率の QED 摂動 10 次項の数値計算

利用者氏名 : 仁尾 真紀子

理研での所属研究室名 : 初田量子ハドロン物理学研究室

1. 本課題の研究の背景、目的、関係するプロジェクトとの関係

現代の物理学において、精密測定とは周波数測定にほぼ等しい。レプトン粒子で最も軽い電子、そして次に軽いミュオンはそれらの質量と同じく、 g 因子と呼ばれる固有量を持つ。 g 因子の値によってレプトン粒子が磁場中でどのような周波数の運動を行うかが決まる。実験ではこの周波数を精密測定し、 g 因子の値を求める。

電子 g 因子、特に g の整数値 2 からのずれは、1940 年代に原子のスペクトル測定によって発見された。1970 年代には電磁場で 1 電子を捕獲できるようになり、測定精度が大幅に向上した。ハーバード大学で行われており、精度の改善、さらに反粒子である陽電子の g 因子測定のための新しい実験準備が進められている。これまでに電子 $g-2$ の物理は、実験で 2 個、理論で 1 個のノーベル賞をもたらしている。素粒子標準理論の確立以後は、ミュオン $g-2$ とともに、物理学における最も基本的で重要な研究課題の一つである。

ミュオンの g 因子は、1960 年代に欧州の CERN で測定された。その後 21 世紀に入ってすぐ米国のブルックヘブン国立研究所で測定されたものが最新値となっている。この測定値の不確かさを 1/4 にすることを目指して、近年では米国フェルミ国立研究所と、日本の東海村 J-PARC で 2 つの国際共同実験の準備が進められている。理研のチームは後者に参加している。特に、フェルミ研究所は 2018 年の春にブルックヘブンと同程度の精度の最初の実験結果を報告すると広報しており、期待が高まっている。

どちらのレプトン粒子においても、 g 因子の値は理論的に素粒子の標準理論から実験と同程度、あるいはそれ以上の精度で計算によって求めることができる。電子では 1/10 億、ミュオンでは 1/100 万の精度をすでに超えており、このような非常に厳しい精密検証を経て素粒子の標準理論の破綻の兆候を探索することが、レプトン $g-2$ に関わる全ての物理研究者の目的である。CERN LHC ではヒッグスが期待通りに発見された以外、

新たな粒子が見つかっていない。そのため、発見型の新物理探索ではなく、宇宙観測や低エネルギー現象での精密検証によつての新物理探索に期待が移っている。

また、電子 g 因子は、その測定値と理論値から、電磁気学の基本結合定数である微細構造定数 α の値をどの方法よりも高い精度 (0.24ppb) で決めることができる。国際単位系 (SI) で 1960 年以来の大変更が 2018 年に予定されているが、それ以後は微細構造定数 α の値の精度が、多くの定数の精度を決めることになり、より重要な地位を占めることが確定している。

本研究では、レプトン $g-2$ にもっとも大きな寄与を与える電磁気力の寄与を、量子電磁気学 (QED) に基づく摂動計算によって求めることを行う。特に、ターゲットは全てのレプトン粒子に共通の寄与である質量非依存項のうち、摂動 10 次の項の寄与である。この項の不確定性をハドロン粒子群からのそれと同程度までにすることが数値計算の目標である。

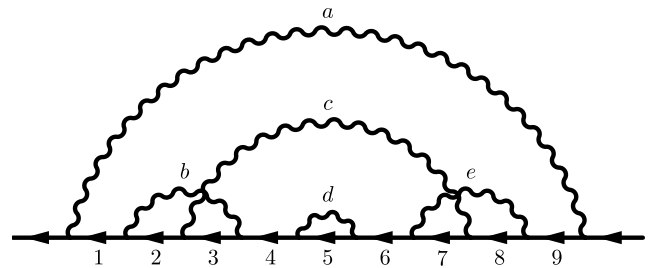


図 1 摂動 10 次の自己エネルギー型のファインマン図の例。直線がレプトン粒子、波線が光子を表す。この図からの寄与は約 87,000 行の 11 次元積分で表される。

2. 具体的な利用内容、計算方法

電磁気学の結合定数、微細構造定数 α はその値が 1/137 程度と小さいので、これをパラメタとした摂動計算によって、高い精度の結果を得ることができる。現在の実験の精度から α の 5 乗の項までを求めることができれば十分である。

量子電磁気学 (QED) に基づく摂動計算は、ファインマン図と呼ばれる絵で表され、その絵に基づいて構成し

た多重積分でその絵の寄与が与えられる。(図 1 参照) 本研究では光子 5 個のみによる量子補正効果を求める。図 1 での光子の位置の取り方を変更すると、全部で 706 個の自己エネルギー型のファインマン図があり、時間反転対称性により 389 個の積分に帰着する。図 1 のように内部にさらに自己エネルギー型の部分図を含むものを XB 群とよび 254 個の積分があり、残りの XL 群は 135 個である。そのすべて 389 個の積分は約 10 万行の被積分関数で構成されている。

数値積分計算としてみた場合、実行が難しいのは XB 群である。光子の質量がゼロであることの反映として、XB 群ではベキ発散の相殺を被積分関数内でおこなっている。XL 群ではたかだか対数のベキ程度の発散の相殺である。このため XB 群ではデフォルトの倍精度実数では桁落ちによる積分計算の破綻が頻発する。これを避けるために偽 4 倍精度実数をライブラリとして実装し、XB 群の数値計算に用いた。

本年度に入ってから、HOKUSAI-GreatWave (GW) でシステムエラーが頻発し、計算の進捗度が極端に遅くなった。最初はシステムエラーとは運営側に認めてもらえなかった。まったく同じ条件とプログラムで、一方は計算が正常に終了し、もう一方では早々に異常終了してしまうがシステムとしては異常終了と捉えていないことを示し、ようやく開発元で原因の究明を行ってもらえることになった。

タイミング障害という理由が判明したのが 9 月に入ってから、システムの修復が行われたのが 10 月の HOKUSAI-BigWaterfall (BW) の導入に伴う全システム停止時であった。この間、GW の利用混雑もあり、計算はほとんど進捗しなかった。

国際単位系 (SI) の改訂にむけ、プランク定数などの基礎物理学定数の値が決められたのだが、そのために私たちの電子 $g-2$ の理論計算値が必要であった。2017 年 7 月 1 日の締切日までに得られたベストの値を提供することは行い、無事に採用された。しかし、HOKUSAI のシステムエラーがなければ、もう少し違った数値がプランク定数として採用され、プランク定数の未来永劫に使用される定義となったかと思うと、迅速にシステムエラーに対応していただけなかったことは、とても残念である。

10 月の HOKUSAI-BW 導入以後、このシステムで GW の

ほぼ 1.7 倍程度の実時間で計算を実行できるまでの調整を行った。BW は GW に比べて 2 倍の SIMD (同時演算装置) 幅を持っており、ほぼ同じクロック数である。1.7 倍の結果は、どちらのシステムにおいても私たちの数値計算プログラムがほぼ最速までに調整されていることを示す。GW でシステムエラーが起こらなくなったこともあり、GW+BW の両方を使用し、10 月以前の数倍の速度で計算が進捗した。この結果は年末にまとめて、論文として投稿した。

3. まとめ

レプトン $g-2$ への QED からの寄与のうち、摂動 10 次、特に光子 5 個のみからなる量子補正を表す項についての数値積分計算を実行した。国際単位系 (SI) の改訂に伴う物理定数の定義化に、当初の計画よりも低い精度ではあるが、貢献することができた。さらに、新システムの導入で、QED 数値計算の最終的な目標とするハドロン粒子からの寄与とほぼ同程度の不確かさまで到達することができた。

4. 今後の計画・展望

私が 2002 年に理研に着任以来、理研のスパコンを存分に使用し、ようやく QED レプトン $g-2$ 計算のゴールに到達した。来年度以降は、10 次の計算の検証や、数値積分アルゴリズムの改良にむけた生産的というよりは検証のための計算を実行する。規模としては本年度後半の $1/3 \sim 1/4$ を予定している。

また、純粋に理論的な興味として摂動級数の漸近的振る舞いを調べるために、摂動 12 次のうちの一部のファインマン図の数値計算を行いたいと考えている。手持ちのパソコン等ではできない計算ではあるが、BW 等であれば、ごく小規模の計算となる予定だ。

平成 29 年度 利用研究成果リスト

【論文、学会報告・雑誌などの論文発表】

論文[1]については著作権が出版元 APS(アメリカ物理学会)にあるので、別刷の提出は控える。

論文[2]については、APS が 2018 年 1 月より SCOAP3 に参加したため、著作権は著者にあるので、プレプリント版を提出する。

[1] “Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment --- Contribution of Diagrams without Closed Lepton Loops,”

Tatsumi Aoyama (KMI, Nagoya & Nishina Ctr., RIKEN), M. Hayakawa (Nagoya U. & Nishina Ctr., RIKEN), Toichiro Kinoshita (Cornell U., LNS & Massachusetts U., Amherst & Nishina Ctr., RIKEN), Makiko Nio (Nishina Ctr., RIKEN)

Phys.Rev. D91 (2015) no.3, 033006, Erratum: Phys.Rev. D96 (2017) no.1, 019901.

物理定数の定義化にまにあわせるために、2015 年以降の数値計算の結果を 2015 年の論文の Erratum として報告。この Erratum での値が、プランク定数等の定義化に採用された。

[2] “Revised and Improved Value of the QED Tenth-Order Electron Anomalous Magnetic Moment,”

Tatsumi Aoyama (Kyoto U., Yukawa Inst., Kyoto & Nishina Ctr., RIKEN), Toichiro Kinoshita (Cornell U., LEPP & Massachusetts U., Amherst), Makiko Nio (Nishina Ctr., RIKEN).

arXiv:1712.06060 [hep-ph] , Phys. Rev. D. (2018) in print.

【国際会議、学会などでの口頭発表】

[3] 「電子異常磁気能率の精密理論計算と多倍長精度演算」、青山龍美（京都大学）、招待講演、応用数理学会、「多倍長精度浮動小数点演算の高速化と応用」、2017 年 9 月 6-8 日、武蔵野大学。

[4] “QED contribution to muon $g-2$ ”, Makiko Nio, invited talk, “Workshop on hadronic vacuum polarization contributions to muon $g-2$ ”, 12-14Feb. , 2018, KEK, Tsukuba.